

# Estudo experimental de robustez de um controlador PID adaptativo por modelo de referência (PID-MRAC) com entradas do tipo caóticas

Robson P. G. Lima\*, Juan M. M. Villanueva\*\*, Heber P. Gomes\*\*\*,  
Thommas K. S. Flores\*\*\*\*, Anne Louise Matos Barão Oliveira\*

\*Coordenação de Automação Industrial, Instituto Federal de Pernambuco,  
Ipojuca, Brasil (e-mail: robsonpacifico@ipojuca.ifpe.edu.br)

\*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba,  
João Pessoa, Brasil, (e-mail: robsonpacifico@gmail.com; annelf14@gmail.com)

\*\*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraíba,  
João Pessoa, Brasil, (e-mail: jmauricio@cear.ufpb.br)

\*\*\*Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal da Paraíba,  
João Pessoa, Brasil, (e-mail: heberp@uol.com.br)

\*\*\*\*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e da Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte,  
Natal, Brasil, (e-mail: thommas.flores.101@ufrn.edu.br)

---

**Abstract:** The present work describes the methodologies used to evaluate the robustness of an adaptive controller used to promote pressure management in a water supply system when the system is subjected to chaotic inputs. Pressure is one of the most important quantities in supply systems and it directly impacts other associated variables such as flow for example. The standardization of pressure in the supply network, through control adjustment, can reduce the frequency of pipe ruptures, pressure-induced excessive water consumption and volume lost in leaks. To this end, the control technique used in this work was adaptive control. The analyzed controller, based on the technique, can change its gains from the dynamic changes that occur in the system over time, without necessarily having a previous data collection for the controller modeling. Tests were performed emulating chaotic inputs, such as spurious outliers and gaussian noises, likely to occur in water supply systems, to verify the controller's robustness to these inputs. The results obtained and analyzed proved the robustness of the controller, allowing a window of applicability in real supply systems.

**Keywords:** Pressure control; chaotic entries; adaptive control; robustness; water supply systems.

**Resumo:** O presente trabalho descreve as metodologias utilizadas para a avaliação da robustez de um controlador adaptativo utilizado para promover o gerenciamento da pressão em um sistema de abastecimento de água quando o sistema está submetido a entradas do tipo caóticas. A pressão é uma das grandezas mais importantes em sistemas de abastecimento e que impacta diretamente outras variáveis associadas como a vazão, por exemplo. A uniformização da pressão na rede de abastecimento, através do ajuste de controle, pode reduzir a frequência de rupturas de tubulações, o consumo excessivo de água induzido pela pressão e o volume perdido em vazamentos. Para este fim, a técnica de controle utilizada neste trabalho foi a de controle adaptativo. O controlador analisado, com base na técnica supracitada, é capaz de alterar os seus ganhos a partir das mudanças dinâmicas que ocorrem no sistema ao longo do tempo, sem necessariamente haver uma coleta prévia de dados para a modelagem do controlador. Foram realizados testes emulando entradas caóticas, tais como sinais espúrios do tipo *outliers* e ruídos gaussianos, passíveis de ocorrer em sistemas de abastecimento de água, a fim de verificar a robustez do controlador perante essas entradas. Os resultados obtidos e analisados comprovaram a robustez do controlador, permitindo uma janela de aplicabilidade em sistemas reais de abastecimento.

**Palavras-chaves:** Controle da pressão; entradas caóticas; controle adaptativo; robustez; sistemas de abastecimento de água.

---

## 1. INTRODUÇÃO

A água é um recurso natural de fundamental importância para a sobrevivência humana e dos demais seres vivos e um bem tão relevante como esse deve ser preservado em relação ao seu uso consciente. A problemática do desperdício de água, não apenas relacionada ao desperdício doméstico (utilização excessiva de água para lavagem de calçadas, asseios demorados com registros abertos etc.) mas principalmente do desperdício do ponto de vista em sistemas de abastecimento (vazamentos em tubulações por exemplo) torna o problema muito mais elevado.

A viabilização de meios que mitiguem o desperdício de água através de uma eficiente distribuição a um determinado local é de extrema importância. Assim, há a necessidade de um sistema eficiente de distribuição do recurso capaz de atender as demandas urbanas e rurais.

Define-se por Sistema de Abastecimento de Água (SAA) o conjunto de obras, equipamentos e serviços destinados ao abastecimento de água potável a uma comunidade para fins de consumo doméstico, serviços públicos, consumo industrial e outras utilidades (Salvino, 2018). Um SAA representa todo o processo de fornecimento de água tratada, compreendendo desde sua obtenção até sua utilização por parte da população. Para o controle da pressão em SAA, geralmente, são adotados inversores de frequência (Brogan *et al.*, 2016) (Sousa, 2017). Ao ser utilizado para acionar um conjunto motobomba, o inversor de frequência é capaz de promover o gerenciamento dos parâmetros elétricos e hidráulicos de uma estação de bombeamento, pois ao regular a velocidade de rotação, regula-se também a altura manométrica (pressão), vazão e potência elétrica associados (Flores *et al.*, 2021) (Salvino 2018).

Diversas técnicas podem ser utilizadas para promover o controle do inversor de frequência aplicado a um SAA para o gerenciamento da pressão com a finalidade de mantê-la estável e auxiliar na redução das perdas (elétricas e hidráulicas). Alguns exemplos são o controle PID clássico, Fuzzy, neural, adaptativo etc. Dentre elas, o controle adaptativo é uma interessante opção por apresentar mecanismos de adaptação que podem alterar os ganhos do controlador a partir das mudanças que ocorrem no sistema ao longo do tempo, sem necessariamente haver uma coleta de dados prévia para a modelagem, havendo, assim, a não necessidade de estimação de seus ganhos (Flores *et al.*, 2021) (Silva, 2014).

O objetivo deste trabalho é avaliar, do ponto de vista da robustez, um controlador adaptativo PID-MRAC (desenvolvido por Flores *et al.*, 2020) aplicado para o controle da pressão em uma planta que emula um SAA, verificando se ele é capaz de manter a estabilidade da pressão mediante inserção de entradas caóticas. Entradas caóticas, tais como *outliers* ou ruídos, podem ocorrer em SAA devido à inserção indesejada de ruídos elétricos nos sensores e/ou vibrações na rede de abastecimento (Ayadi *et al.*, 2019).

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Controle Adaptativo

O controle adaptativo pode ser definido como uma técnica de gerenciamento que possui a capacidade de mudar seu

comportamento de acordo com as modificações dos parâmetros, da dinâmica de um processo ou por distúrbios que afetam este sistema. A Fig. 1 ilustra um controlador do tipo adaptativo básico onde um mecanismo de ajuste de ganhos atualiza o controlador a partir da medição dos sinais de entrada  $u$  e saída  $y$  e de um sinal de referência  $r$ .

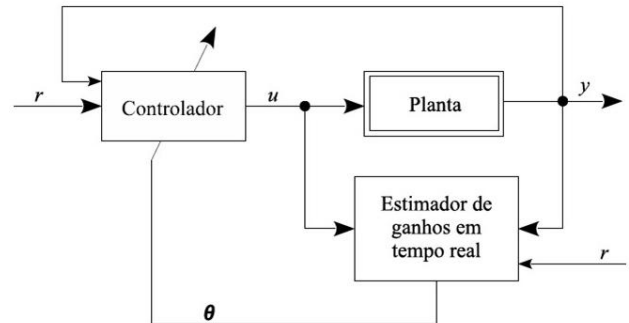


Fig.1 Estrutura de um controlador adaptativo básico (Tambara, 2018).

Aplicações em SAA que envolvem parâmetros externos tais como, temperatura, desgaste dos equipamentos e perturbações podem alterar a dinâmica operacional do sistema. Assim, a utilização de controladores com ganhos estáticos, nestes cenários, acaba não sendo conveniente pois estes são sintonizados considerando que o sistema é invariante no tempo e/ou apenas para uma faixa específica de operação (Flores *et al.*, 2021).

### 2.2 Controle Adaptativo por Modelo de Referência

O tipo de controle adaptativo utilizado neste trabalho foi o *PID* Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*PID-MRAC*). A Fig. 2 ilustra o controlador supracitado.

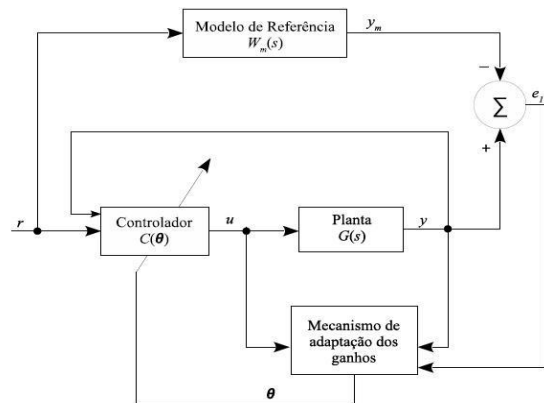


Fig.2 Controlador adaptativo por modelo de referência (Tambara, 2018).

No controlador *PID-MRAC*, o sinal de saída da planta é comparado com um sinal de referência de saída do modelo, gerando, por subtração direta, um erro de rastreamento  $e_1$ . Os parâmetros do controlador são ajustados utilizando uma função denominada função custo, relacionada ao erro de rastreamento  $e_1$ .

O objetivo é fazer com que o sinal de saída da planta convirja com o sinal do modelo de referência e que o erro gerado pela diferença desses dois sinais tenda a zero (Flores *et al.*, 2021) (Teixeira, 2016). Geralmente, para a função custo associada ao erro de rastreamento, o MSE (*mean squared error*) ou EMQ (erro médio quadrático) é o padrão adotado (Flores *et al.*, 2021) (Silva, 2014).

Assim, um sistema de controle por modelo de referência é aquele em que o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada é, idealmente, idêntico ao de um modelo de referência escolhido  $W_m(s)$  pelo projetista, conforme ilustrado na Fig. 2, de modo que o sinal  $y$  siga o sinal  $y_m$ .

A partir das variáveis de entrada  $u$  e saída  $y$  da planta  $G(s)$ , calcula-se um vetor de parâmetros  $\theta$  de tal modo que o erro de rastreamento  $e_1$  seja minimizado (Tambara, 2018).

### 2.3 Identificação do Sistema e Definição dos Parâmetros

O PID-MRAC desenvolvido realiza a identificação do sistema e a atualização dos parâmetros do controlador em tempo real. Dessa forma, não há necessidade de um conjunto de dados prévio para a realização dessas funções. Este fato é importante pois em muitos sistemas de abastecimento de água, não existe um histórico das variáveis do processo tais como: perfil de consumo de água, pressão na saída do sistema, variação no nível do reservatório, dentre outras. O modelo adotado da planta estimada pode ser escrito como uma Equação de primeira ordem, de natureza Entrada Autorregressiva Exógena (ARX), definida por (1). Esta ordem foi escolhida devido às características de primeira ordem da resposta de um sistema de bombeamento (Flores *et al.*, 2021).

$$y_e[k] = \alpha_1 u[k] + \alpha_2 u[k - 1] + \alpha_3 y_e[k - 1] \quad (1)$$

onde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  correspondem aos **parâmetros de estimação** da planta no instante  $k$  analisado;  $u$  corresponde ao sinal de excitação e  $y_e$  corresponde à saída estimada. Os parâmetros de estimação são ajustados baseados na diferença entre a saída da planta e a saída do modelo de referência adotado.

Em relação ao controle PID (proporcional-integral-derivativo), ele é uma das técnicas mais empregadas quando se deseja promover o controle de variáveis contínuas e discretas. Esse tipo de controle consiste em um algoritmo matemático, que tem por função o controle preciso de uma variável em um sistema, permitindo ao sistema operar de forma estável no ponto de ajuste desejado, mesmo que ocorram variações ou distúrbios que afetam sua estabilidade. O modelo matemático do algoritmo é definido por (2):

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

em que  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  correspondem aos **ganhos** proporcional, integral e derivativo do modelo;  $e(t)$  corresponde ao erro;  $t$  ao tempo analisado e  $u(t)$  o sinal de controle no instante  $t$ .

Em suma, todos os parâmetros do controlador PID-MRAC (desenvolvido por Flores *et al.*, 2020) e utilizados neste trabalho foram otimizados da seguinte maneira: os ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  de maneira empírica e os parâmetros de estimação  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  automaticamente, de acordo com a dinâmica do sistema.

Os valores obtidos mais otimizados foram utilizados nos experimentos descritos neste artigo.

### 2.4 Sinais Caóticos em Sistemas de Abastecimento de Água

O caos ocorre em uma grande variedade de processos naturais e ele pode estar associado a comportamentos críticos de funcionamento de um determinado sistema. O caos pode ser desejável desde que este possa ser controlado usando uma pequena perturbação sobre algum parâmetro acessível ou sobre alguma variável dinâmica do sistema (Fiedler-Ferrara e Prado, 1994). Sistemas dinâmicos que apresentam comportamentos caóticos podem ser analisados e caracterizados por meio de teoremas e métodos de análise matemática, tanto analítica quanto numericamente, dependendo da sua natureza (Souza, 2021).

No contexto de SAA, tomando-se como referência o controle da pressão, diversos fatores podem provocar uma instabilidade no sistema a partir de perturbações que eventualmente possam ocorrer na planta. Por exemplo, em um SAA, os sensores de pressão existentes podem sofrer interferências eletromagnéticas, vibrações ou desgaste devido ao tempo de utilização (Ayadi *et al.*, 2019). Essa, e demais adversidades, podem causar sinais indesejáveis, tais como *outliers* ou ruídos, inseridos nas medições de pressão podendo comprometer o correto funcionamento do sistema. Neste trabalho, todas as condições de entradas indesejáveis (*outliers* e ruídos) são tratadas como entradas do tipo caóticas em SAA, tendo como foco a inserção de perturbações que visavam alterar o comportamento normal da pressão no sistema.

## 3. DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados em uma bancada experimental que emula um SAA. Esta bancada está localizada no Laboratório de Eficiência Energética e Hidráulica em Saneamento (LENHS) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB). As Fig.3 e Fig.4 ilustram, respectivamente, a bancada experimental supracitada e uma versão esquematizada da planta.



Fig.3 Bancada experimental utilizada.

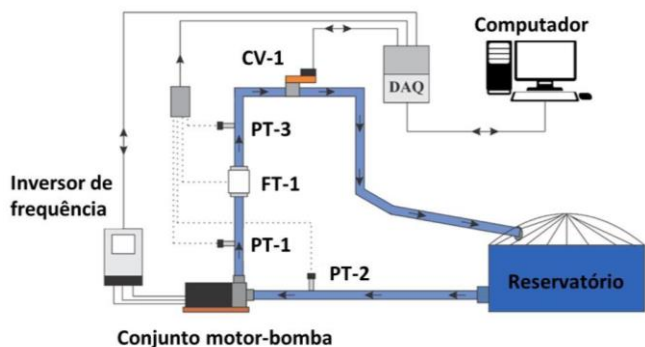


Fig.4 Esquemático da bancada experimental (adaptado de Flores *et al*, 2021).

A Tabela 1 contém os elementos visualizados na Fig. 4. A pressão controlada no sistema está associada aos valores mensurados através do sensor PT-3. A bomba faz com que a água presente no reservatório circule no sistema. Os dados de pressão e vazão são coletados a partir dos sensores PT-3 e FT-1, respectivamente. A velocidade de rotação do conjunto motor-bomba (CMB) é controlada por meio de um inversor de frequência. Ademais, existe, na saída do sistema, uma válvula principal, do tipo proporcional e automatizada (CV-1), cuja função é emular distúrbios na rede (aumento abrupto ou queda de pressão por exemplo).

Os sinais elétricos dos sensores são condicionados e convertidos em um sinal digital por um sistema de aquisição de dados (NI-USB 6009). Por fim, esses sinais são enviados para um *notebook* para registro e controle de todo o gerenciamento da planta mediante o sistema supervisorio.

**Tabela 1. Elementos da bancada experimental**

Item	Características	Tag
Conjunto Motor-bomba	WEG, 3CV, trifásica, 220/380V	CMB
Inversor de frequência	CFW-08/WEG, 380-480Vac, 3 a 7,8A	-
Transdutores de pressão	TP-ST18/ACROS, 4-20 mA, 24 V DC, 0,2% de precisão	PT-1, PT-2 e PT-3
Medidor de vazão	VMS 038/Icontrol S/A, 4-20 mA, 1,24 a 40,8 m <sup>3</sup> /h, 38 mm 0,2% de precisão	FT-1
Válvula redutora de pressão	ARB - 24 / Belimo, 24Vcc, 0 a 90°	CV-1
Sistema de Aquisição de Dados	NI USB - 6009	DAQ
Computador	Notebook, processador Intel Core i7 de 2,40 GHz com 8 Gb de RAM	-
Reservatório	310 litros, Fortlev	-
Tubulações diversas	PVC	-

O Supervisorio utilizado foi desenvolvido na plataforma LabVIEW (versão 2017, 17.0) e ele possui a função de monitoramento das informações da planta. As medições de pressão e vazão na rede de demais variáveis do SAA são coletadas através dos sensores e outros dispositivos, armazenados, manipulados e apresentados ao operador (usuário) através da interface. O usuário, baseado nas operações do sistema, pode controlar a planta como um todo através do supervisorio. Essa plataforma promove ao sistema as informações necessárias para o gerenciamento hidráulico e elétrico por parte do operador. O mesmo, diante dessas informações pode, por exemplo, abrir ou fechar uma válvula ou acionar o CMB, dentre outras possibilidades.

A Fig. 5 ilustra a tela sinótica do supervisorio supracitado sendo que, para este trabalho, foi utilizada uma fração de sua estrutura.

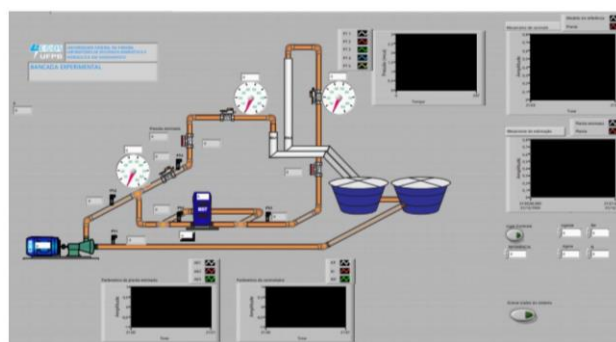


Fig. 5 Painel frontal (sinótico) do supervisorio.

#### 4. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, serão descritos os experimentos realizados e os resultados obtidos que validaram a robustez do controlador utilizado mediante sua resposta a condições normais de funcionamento bem como a condições caóticas de entrada.

##### 4.1 Teste de demanda normal de consumo

Este teste teve como objetivo verificar o desempenho do controlador adaptativo quando ele se encontrava sujeito à mudança no valor desejado de pressão (alteração de *setpoint*) emulando condições normais de funcionamento. Os sinais de entrada neste teste não são considerados entradas caóticas e sim entradas passíveis de ocorrerem normalmente e o controlador deve ser capaz de responder a elas. Para esse teste foram consideradas as seguintes premissas:

- $K_p$ ,  $K_i$ , e  $K_d$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3 = 0,01$ ;
- A válvula CV-1 (válvula redutora de pressão) encontrava-se sempre na posição de 0° e a bomba encontrava-se, inicialmente, em repouso (0 Hz);
- Os valores desejados de pressão foram iguais a 10, 12, 14, 16, 14, 12 e 10 mca (metros por coluna de água) com duração aproximada de 60s cada *setpoint* (SP) a partir da estabilização do primeiro e a

frequência de rotação do CMB acompanhava o SP de pressão.

Os parâmetros utilizados nesse teste em específico estão contidos na Tabela 2.

**Tabela 2. Parâmetros de entrada para demanda normal de consumo**

Setpoint de pressão (mca)	Frequência (Hz)
10	39,00
12	42,96
14	46,64
16	50,09
14	46,77
12	43,04
10	39,16

A Fig. 6 ilustra a curva controlada de pressão com incrementos e decrementos fixos de SP. Observa-se que a planta levou cerca de 165s para que o seu sinal atingisse o primeiro valor do *setpoint* adotado. Isso ocorre devido a escolha dos parâmetros utilizados bem como a própria inércia do sistema. Quanto maiores os parâmetros supracitados maior será o tempo necessário para atingir o valor de *setpoint* (SP). Em contrapartida, melhor será a atuação do sistema em termos de uma resposta mais suave. Observa-se que, no teste associado à variação normal de demanda de consumo, o controlador respondeu eficientemente às alterações de SP.

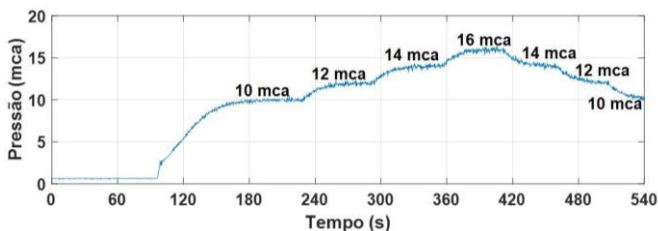


Fig. 6 Respostas da planta controlada para diferentes valores desejados da pressão.

#### 4.2 Teste para perturbações na rede de consumo

Este teste teve como objetivo verificar o desempenho da planta quando o controlador se encontrava sujeito a variações bruscas (aumento ou redução abrupta de pressão na rede), denominadas neste trabalho de perturbações ao SAA. Perturbações dessa natureza podem ser exemplificadas como uma obstrução na rede (aumento abrupto da pressão) ou um grande vazamento (redução abrupta de pressão).

Os sinais de entrada para este teste em específico não são considerados entradas caóticas e sim entradas passíveis de ocorrerem (não desejáveis, porém passíveis) e o controlador deve ser capaz de responder a essas entradas.

Para esse teste foram consideradas as seguintes premissas:

- $K_p, K_i, e K_d, \alpha_1, \alpha_2 e \alpha_3 = 0,01$ ;

- A válvula CV-1 encontrava-se sempre na posição de 0° e a bomba encontrava-se, inicialmente, em repouso (0 Hz);

- Os *setpoints* de pressão foram considerados utilizando os dados da Tabela 3, com duração aproximada de 50s cada, a partir da estabilização do primeiro e a frequência de rotação do CMB acompanhava o *setpoint* de pressão.

Os parâmetros utilizados nesse teste em específico estão contidos na Tabela 3.

**Tabela 3. Parâmetros de entrada para perturbações.**

Setpoint de pressão (mca)	Frequência (Hz)
10	39,04
6	30,36
12	42,60
5	28,85
14	45,39
18	52,83
10	40,81
5	28,66

A Fig. 7 ilustra a curva controlada de pressão com variação brusca de demanda, emulando perturbações no sistema. As variações bruscas de demanda, representadas por variações abruptas de SP de pressão, emulam aumento repentino da pressão, que pode ser traduzido por obstruções nas tubulações ou por redução repentina da pressão na rede (emulando um vazamento, por exemplo). Observa-se que o controlador foi capaz de acompanhar os diversos níveis de *setpoint* inseridos.

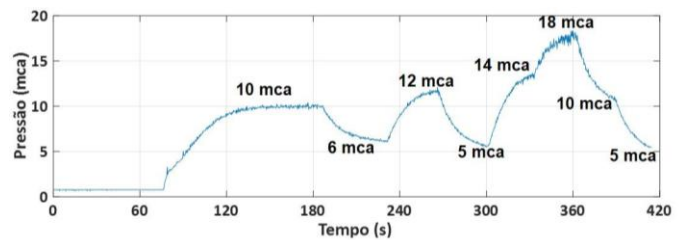


Fig.7 Respostas da planta controlada sob influência de perturbações no sistema.

#### 4.3 Teste para outliers na entrada de pressão

Esse teste teve como objetivo verificar o desempenho do controlador adaptativo quando o sensor de pressão PT-3 se encontrava submetido a sinais espúrios do tipo outliers e, concomitantemente, sofrendo variação de *setpoint* de maneira crescente e decrescente. Sinais do tipo *outliers* são sinais que podem implicar, tipicamente, em prejuízos à interpretação dos dados e, neste experimento, esses sinais foram considerados entradas caóticas. Assim, as premissas adotadas referentes a este teste foram:

- $K_p, K_i, e K_d, \alpha_1, \alpha_2 e \alpha_3 = 0,01$ ;

- A válvula CV-1 encontrava-se na posição de 0° e a bomba encontrava-se inicialmente em repouso (0 Hz);
- Os valores desejados de pressão foram iguais a 10, 12, 14, 16, 14, 12 e 10 mca com duração aproximada de 60s para cada SP após a estabilização do primeiro e a frequência de rotação do CMB acompanhava o *setpoint* de pressão;
- Cada *outlier* inserido possuía uma amplitude diferente dos demais podendo assumir valor positivo ou negativo de maneira aleatória e o instante de duração de cada *outlier* era de 1 segundo e cada um deles foi inserido em instantes de tempo pré-fixados a partir de cada mudança de *setpoint* da pressão.

Todos os parâmetros utilizados neste teste estão contidos na Tabela 4.

**Tabela 4. Parâmetros utilizados para outliers.**

Setpoint de pressão (mca)	Frequência (Hz)	Ângulo de CV-1 (°)	Tempo (s) de outlier
10	39,51	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
12	42,44	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
14	46,36	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
16	49,08	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
14	46,69	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
12	42,24	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50
10	39,02	0	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

A Fig. 8 ilustra a curva de pressão em PT-3 com sinais do tipo *outliers* na entrada do controlador (cor vermelha) e a resposta correspondente à sua saída (cor azul). A saída manteve seu comportamento muito próximo à curva com os *setpoints* pré-definidos, desconsiderando os *outliers*.

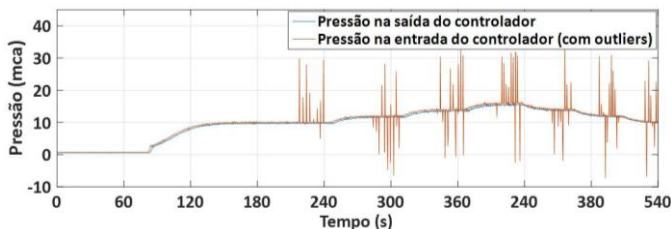


Fig. 8 Sinal de PT-3 com inserção de *outliers* e resposta na saída.

Observa-se que a ação do controlador manteve o sistema estável mesmo com a inserção desses *outliers*. Observou-se

que a planta levou cerca de 70 segundos para que a frequência da bomba atingisse o valor mínimo de frequência a fim de vencer a inércia do sistema e que depois a partir de então, levou mais cerca de 60 segundos para que o seu sinal atingisse o primeiro valor do SP (10 mca). Isso deve-se aos parâmetros adotados. Quanto maiores foram tais parâmetros, mais lento é o tempo para que o sistema alcance o valor de SP. No entanto, o sistema terá uma resposta transitória suave, sem sobressinal e com erro em regime permanente próximo a zero.

#### 4.3.1 Análise estatística do erro de rastreamento: outliers

Para quantificar o erro de rastreamento com o resultado das curvas visualizadas através da Fig. 8, foram determinadas algumas medidas estatísticas comparativas utilizando o erro médio percentual absoluto MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*), a média relativa do erro ( $M$ ) e o desvio padrão relativo ao erro ( $\sigma$ ). O MAPE (erro percentual absoluto médio) corresponde à média de todos os erros absolutos percentuais, fornecendo uma indicação do tamanho médio do erro, expresso como uma porcentagem do valor observado. A média ( $M$ ) resulta da divisão entre a soma dos dados analisados e a quantidade de dados somados. Já o desvio padrão é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados.

As Equações (3), (4) e (5) representam as sentenças para o MAPE, a média relativa ( $M$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ), respectivamente:

$$MAPE (\%) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{P_j - T_j}{T_j} \right| \times 100 \quad (3)$$

$$M = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{E[(X - \mu)^2]} \quad (5)$$

Em que:

- $N$ : tamanho do conjunto de dados para validação;
- $P_j$  = saída do modelo de referência da planta;
- $T_j$  = saída da planta controlada;
- $x_i$  = dado da  $i$ -ésima amostra de dados;
- $n$  = quantidade total de dados considerados;
- $E = M$  = média;
- $X$  = variável aleatória com média  $\mu$  e  $E[X] = \mu$ ;
- $\mu$  = média;
- $\sigma$  = desvio padrão de  $X$ .

Os resultados obtidos a partir de (3), (4) e (5) relacionados ao rastreamento do erro utilizando os dados da Fig. 8 estão contidos na Tabela 5. Os valores estatísticos obtidos referiam aos apenas instantes da inserção das perturbações no sistema.

**Tabela 5. Valores estatísticos obtidos para outliers.**

Pressão (mca)	Tempo (s) de outlier	MAPE (%)	M (%)	$\sigma$ (%)
10	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	1,37	1,26	3,90
12	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	1,87	0,31	4,49
14	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	2,19	0,52	4,96
16	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	2,14	1,19	4,94
14	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	1,84	0,01	4,41
12	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	1,79	0,76	4,65
10	10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	2,18	0,86	5,05

Todos os valores obtidos para o MAPE estão próximos dos 2% e abaixo de 1,3% para a média do rastreamento do erro, o que confere um resultado satisfatório da robustez do controlador para o caso de inserção de outliers no sistema. O desvio padrão, embora esteja com valores de até 5%, indica o grau de dispersão dos dados da curva, o que é um valor relativamente baixo, reforçado pelas demais estatísticas obtidas. Esses resultados evidenciam que os outliers não interferiram no desempenho efetivo do controlador.

#### 4.4 Teste para entradas contendo ruídos

Esse teste teve como objetivo verificar a atuação do controlador adaptativo quando sua entrada estava associada a um sinal de pressão do tipo ruído gaussiano. Ruídos associados a sensores de pressão podem ser causados por vibrações no local onde o instrumento está inserido ou por interferências eletromagnéticas em sua estrutura, dentre outros. E, assim como no experimento anterior, os ruídos foram considerados entradas caóticas ao sistema. Para este teste foram adotadas as seguintes premissas:

- $K_p, K_i, e K_d, \alpha_1, \alpha_2 e \alpha_3 = 0,01$ ;
- A válvula CV-1 encontrava-se na posição de 0° e a bomba encontrava-se inicialmente em repouso (0 Hz);

- O *setpoint* de pressão foi fixado em 10 mca durante todo o teste e a frequência de rotação do CMB acompanhava o *setpoint* de pressão desde o início até a sua estabilização;
- Os sinais espúrios eram do tipo ruído gaussiano, constituído por uma componente fixa (SP de 10 mca) adicionada a uma componente aleatória (com intervalo entre -30 mca e 40 mca).

A Tabela 6 contém os parâmetros do teste.

**Tabela 6. Parâmetros utilizados para ruídos.**

Setpoint de pressão (mca)	Frequência estabilizada (Hz)	Duração dos ruídos (s)	Ângulo de CV-1 (°)
10	39,09	100	0

A partir do instante 200s foi iniciada a inserção do ruído. Esse sinal espúrio permaneceu até o instante aproximado de 300s (duração de 100s). A Fig. 9 ilustra a entrada de pressão com ruídos (cor vermelha) e a resposta em saída (cor azul) mediante essa entrada caótica.

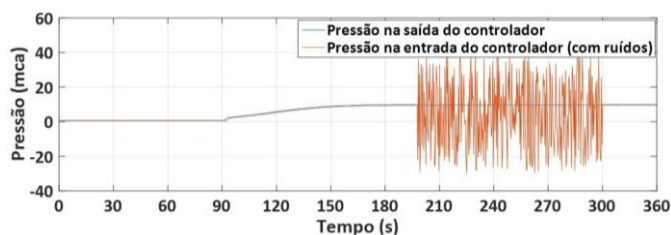


Fig. 9 Pressão em PT-3 com ruídos e resposta na saída.

Observa-se que, mesmo diante de ruídos na entrada, o controlador foi capaz de manter a pressão estabilizada.

#### 4.4.1 Análise estatística do erro de rastreamento: ruídos

Da mesma forma que no teste anterior, também foi realizada a análise estatística (MAPE, média e desvio padrão) no caso do teste de inserção de ruídos na entrada do controlador (Fig.9). Os resultados obtidos estão contidos na Tabela 7.

**Tabela 7. Dados estatísticos para o teste com ruídos**

MAPE (%)	M (%)	$\sigma$ (%)
0,98	1,41	11,41

O valor obtido para o MAPE foi abaixo de 1%; a média foi ligeiramente acima e o desvio próximo a 11% para o rastreamento do erro, o que confere um resultado satisfatório da robustez do controlador para o caso de inserção de ruídos no sistema. O desvio padrão, embora esteja com valores relativamente elevados, indica o grau de dispersão dos dados da curva, o que é um valor considerável, reforçado pelas demais estatísticas obtidas.

## 5. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou um estudo experimental de um controlador PID adaptativo por modelo de referência (PID MRAC) avaliando a sua robustez quando entradas do tipo caóticas, tais como *outliers* e ruídos foram inseridas no sistema. Concluiu-se, a partir dos resultados experimentais, que o controlador teve uma resposta satisfatória a todas as condições de entradas inseridas no sistema. O erro de rastreamento, a fim de verificar a robustez do controlador na condição de entradas com *outliers*, foi de 1,91% para a média do MAPE; 0,70% para a média e de 4,63% para a média do desvio padrão. Isso comprovou que os *outliers* inseridos não interferiram no desempenho efetivo do controlador. Para o caso de entradas do tipo ruído gaussiano, o erro de rastreamento foi de 0,98 % para o MAPE; 1,41 % para a média e de 11,41 % para o desvio padrão. Isso comprovou que os ruídos também não interferiram no desempenho do controlador. Assim, os resultados dos testes realizados, que emularam situações que podem ocorrer em sensores físicos de pressão utilizados em diversos sistemas de abastecimento de água, comprovaram que o controlador adaptativo desenvolvido respondeu às entradas caóticas, conforme proposto.

Como sugestão para trabalho futuro sugerimos a possibilidade da análise do controlador em sistemas reais de abastecimento de água, como as companhias que distribuem esse recurso à população. Ademais, poderia ser promovida a comparação com um controlador clássico do tipo PID objetivando verificar se a dinâmica não modelada do sistema realmente causa interferência no comportamento dado que os sistemas usuais possuem uma elevada constante de tempo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos Programas de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Engenharia Mecânica da UFPB, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFRN, ao Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) e ao Laboratório LENHS da UFPB pelo apoio financeiro e material no desenvolvimento deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Ayadi, A., Ghorbel, O., BenSalah, M. S., & Abid, M. (2019). Kernelized technique for outliers detection to monitoring water pipeline based on WSNs. *Computer Networks*, volume 150, pp. 179-189.
- Brogan, A., Gopalakrishnan, V., Sturtevant, K., Valigosky, Z., and Kissock, K. (2016). Improving variable-speed pumping control to maximize savings. *ASHRAE Transactions*, volume 122. pp. 141-148.
- Camboim, W. L. L.; Silva, S. A.; Gomes, H. P. (2014). Aplicação de técnicas fuzzy no controle de pressão em sistemas de abastecimento de água, *Engenharia Sanitária e Ambiental*, volume 19. pp. 67-77.
- Fiedler-Ferrara, N. e do Prado, C. P. C. (1994). *Caos: uma introdução*. Editora Blucher.
- Flores, T. K., de Andrade, P. H., Villanueva, J. M., & Gomes, H. P. (2020). Gerenciamento da Pressão Hidráulica Utilizando um Controlador PID Adaptativo. *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 2, No. 1.
- Flores, T. K, Villanueva, J.M.M, Gomes, H.P, Catunda, S.Y.C. (2021), Adaptive pressure control system based on the maximum correntropy criterion. *Sensors*, volume 21, n. 1, pp. 51-56.
- Moreira, H. A. M., Gomes, H. P., Villanueva, J.M. M., Bezerra, S. T. M. (2020). Real-time neuro-fuzzy controller for pressure adjustment in water distribution systems. *Water Science and Technology-Water Supply*, volume 20. pp. 1-11.
- Quevedo, J.; Chen, H.; Cugueró, M.À.; Tino, P.; Puig, V.; Garcíá, D, and YAO, X. (2014), Combining learning in model space fault diagnosis with data validation/reconstruction: application to the Barcelona water network. *Eng. Appl. Artif. Intell.* volume 30, pp.18-29.
- Salvino, L. R. *Eficiência energética em sistemas pressurizados de distribuição de água com o uso de redes neurais artificiais*. Tese D.Sc., Universidade Federal da Paraíba, 2018, João Pessoa, pp. 1-87.
- Salvino, L. R.; Oliveira, J. K. C.; Mendonca, K. H.; Bezerra, S. T. M.; Gomes, H. P. (2017). Controle operacional de um sistema de bombeamento via RNA visando o aumento da eficiência energética. *XV Seminário Iberoamericano de Redes de Agua y Drenaje*, SEREA 2017, Bogotá.
- Salvino, M. M.; Gomes, H. P.; Romio, P.C.; Mendonça, K. H.; Costa Filho, A. C. Lenhscalibra: ferramenta de calibração utilizando algoritmo genético multiobjetivo para sistemas de abastecimento de água. (2013) *SEREA, Buenos Aires. Planificación y diseño para la inclusión social*, Buenos Aires.
- Silva, M. J. G., Araújo, C. S., Bezerra, S. T. M., Souto, C. R. (2015). Sistema de controle adaptativo aplicado em um sistema de distribuição de água com ênfase na eficiência energética. *Engenharia Sanitária e Ambiental*, volume 20, pp. 405-413.
- Silva, M. J. G. *Controle Adaptativo aplicado a um Sistema de bombeamento de água visando a redução das perdas de energia elétrica e água*. Tese de D.Sc., Universidade Federal da Paraíba, 2014, João Pessoa, pp.1-143.
- Souza, H. F. *A Sistemas dinâmicos e a teoria do caos: uma abordagem a partir do mapa logístico e do sistema de Lorenz*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Amapá, 2021, Macapá, pp. 1-69.
- Sousa, R. *Uso de válvulas redutoras de pressão na otimização de rede setorizada de distribuição de água*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal da Paraíba, 2017, João Pessoa, pp. 1-70.
- Tambara, R. V. (2018), *Controle adaptativo: teoria e aplicação*, ed. 1, Editora Santa Maria, Santa Maria.
- Teixeira, L. R. L. *Controlador em Modo Dual Adaptativo Robusto Indireto (IDMARC)*. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016, Natal, pp.1-123.