

# Técnica baseada em Homotopia com uma Rede Fictícia para Determinação da Solução do Problema de Fluxo de Potência em Sistemas Mal-condicionados

Alisson Lima-Silva\*\* Francisco Damasceno Freitas\*\*\*  
Luis Filomeno de J. Fernandes\*\*\*\*

*Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Elétrica,  
Brasília-DF*

\*\* *alisson.lima@aluno.unb.br*

\*\*\* *ffreitas@ene.unb.br*

\*\*\*\* *filomeno@unb.br*

---

**Abstract:** This paper presents a technique based on homotopy to determine the solution to the ill-conditioned large-scale power flow problem (*PFPP*). The homotopy-based method is used to determine the *PFPP* solution, starting from an initial estimate of the voltage type *flat start*, which also coincides with the solution of the initial point of the homotopy trajectory. For this purpose, a dummy network is fitted to the initial step of the homotopy path and eliminated at the end. At this endpoint, the solution matches the expected result for the *PFPP* solution. Only the Newton-Raphson (*NR*) method is used along the homotopy trajectory. However, when this method is used without the homotopy process and three other tested techniques, convergence fails for most investigated test systems, including a system with 70 thousand buses.

**Resumo:** Este artigo propõe uma técnica baseada em homotopia para determinar a solução do problema de fluxo de potência (*PFPP*) em sistemas mal-condicionados e de grande porte. A técnica baseada em homotopia é usada para determinar a solução do *PFPP*, partindo de uma estimativa inicial do tipo tensão *flat start*, que também coincide com a solução do ponto inicial da trajetória de homotopia. Com esta finalidade, uma rede fictícia é ajustada para a etapa inicial do caminho de homotopia e eliminada ao final. Neste ponto final, a solução coincide com o resultado esperado para a solução do *PFPP*. Ao longo da trajetória de homotopia, é usado apenas o método de Newton-Raphson (*NR*). Porém, quando esse método é utilizado sem o processo de homotopia, assim como outras três técnicas testadas, a convergência falha para a maioria de sistemas testes investigados, incluindo um sistema com 70 mil barras.

*Keywords:* Power flow; Newton-Raphson; homotopy; flat start; ill-conditioned system.

*Palavras-chaves:* Fluxo de potência; Newton-Raphson; homotopia; estimativa inicial; sistema mal-condicionado.

---

## 1. INTRODUÇÃO

O Problema de Fluxo de Potência (*PFPP*) é resolvido por métodos numéricos, como de Gauss-Seidel e Newton-Raphson (*NR*) (Kundur, 1994). Porém, esses métodos tradicionais podem não convergir em casos de sistemas mal-condicionados. Essa condição de mal-condicionamento no *PFPP* foi definida em (Milano, 2019). A mesma é caracterizada por uma solução que, embora exista, não é alcançada por métodos clássicos, partindo-se de uma estimativa inicial de tensão com módulo igual a um e fase zero ( $\hat{V} = 1\angle 0^\circ$ , *flat start voltage*). Neste contexto, obter a solução se torna um desafio e diversas metodologias vêm sendo propostas na literatura com intuito de determinar o ponto de operação, independentemente da estimativa inicial atribuída pelo usuário (Milano, 2009, 2019; Jereminov et al., 2019; Freitas and Silva, 2022; Freitas and de Oliveira, 2023).

A estimativa inicial genérica é importante, pois o sistema elétrico está sujeito a constantes alterações no seu ponto de operação, que são devidas as diversas características das redes de potência, como aquelas com a presença de diferentes tipos de conexões, fontes de geração distribuída e características intermitentes, sujeitas às contingências. Dependendo da situação operacional, a estimativa inicial poderá estar fora da zona de convergência do solucionador, que conseqüentemente poderá apresentar dificuldades para convergir para o ponto de operação.

O método de *NR* possui convergência quadrática, caso a estimativa inicial esteja dentro da região de convergência (Kundur, 1994). Se essa condição for omitida, o método pode não convergir para a solução, limitando assim a abrangência da técnica diante de cenários reais de aplicação onde as estimativas iniciais podem levar a casos mal-condicionados. A proposição deste trabalho foi agregar ao

método de *NR* conceitos de homotopia para solucionar sistemas de grande-porte bem- e mal-condicionados.

O método da homotopia foi proposto por Witold Hurewicz (Hu, 1959) e, ao longo dos anos, foi usado para solucionar equações diferenciais ordinárias e parciais não-lineares com aplicações em finanças, ciências e engenharia (Liao, 2012). A ideia por trás da técnica consiste em transformar um determinado problema complexo em um problema de fácil solução. Por trás dessa mudança no sistema, o emprego adequado de parâmetros permite que ele seja gradativamente transformado de um ponto inicial de operação (solução fácil) a um ponto final (solução difícil), ou seja, a solução do problema original.

O método da homotopia é composto por estados intermediários, que, uma vez calculados, podem ser usados como estimativa inicial para os próximos estados. Considerando um sistema mal-condicionado, onde a estimativa inicial está longe da solução, o sistema é modificado de tal forma que esta esteja dentro da área de atração para o método de *NR*. O procedimento é apropriado para resolver as iterações de *NR* tendo uma estimativa inicial o mais próximo possível ao longo do caminho de homotopia. No entanto, o primeiro desafio é modificar o sistema de tal forma que a primeira solução seja viável. Recentemente, diferentes técnicas de homotopia foram propostas para resolver o *PPF* (Murray et al., 2013; Yang and Zhou, 2014; Jereminov et al., 2019; Pandey et al., 2019, 2018; Freitas and Silva, 2022; Ali et al., 2023; Freitas and de Oliveira, 2023).

O objetivo principal deste trabalho foi apresentar uma técnica capaz de calcular a solução do fluxo de carga a partir de estimativas iniciais do tipo *flat start*, voltados, principalmente, para casos de sistemas mal-condicionados e de grande-porte. A metodologia proposta consistiu em ajustar o sistema de potência de maneira fictícia de forma que a solução inicial coincidissem com a estimativa inicial de tensão *flat start*. Com esta finalidade, inseriram-se admitâncias fictícias no sistema, de maneira precisa, impondo-se a solução para a primeira iteração de homotopia  $\hat{V} = 1\angle 0^\circ$  pu para as barras *PQ* e o módulo da tensão controlada nas barras *PV*. Essa condição inicial equivale à ausência de fluxo de carga entre as barras, ou seja, as cargas são supridas pelos próprios elementos fictícios inseridos nos barramentos. O método de *NR* é então usado para calcular a solução do *PPF* a cada ponto da trajetória de homotopia. À medida em que o parâmetro de homotopia varia de 0 a 1, as admitâncias fictícias são progressivamente removidas, até que o sistema volte ao seu estado original e a solução seja encontrada. Um segundo parâmetro de homotopia foi introduzido para facilitar o fluxo de carga próximo à barra *slack*. A ideia foi diminuir a impedância das linhas próximas à *slack-bus* durante todo o processo de homotopia, somente retornando ao seu estado original no último passo de homotopia.

Vários sistemas testes foram utilizados para avaliar a eficácia da técnica apresentada, assim como outros métodos. Os testes envolveram sistemas de grande-porte, como um sistema sintético de 70 mil barras do leste dos Estados Unidos. Todo algoritmo foi implementado no MATPOWER a partir de alterações no seu código e os casos simulados

são sistemas nativos disponíveis no banco de dados do MATPOWER (Zimmerman et al., 2011).

A estrutura do artigo foi elaborada da seguinte forma: na Seção 2, são descritas as equações do *PPF* e as equações que modelam as admitâncias de compensação do método da homotopia. A Seção 3 detalha o método da homotopia. A Seção 4 apresenta os resultados dos diferentes sistemas simulados. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões do trabalho.

## 2. EQUAÇÕES DO BALANÇO DE POTÊNCIA E A REDE DE COMPENSAÇÃO FICTÍCIA

As equações do fluxo de potência na forma polar em uma rede elétrica são introduzidas através das bem conhecidas Equações de Balanço de Potência

$$0 = P_k - V_k \sum_{m=1}^{N_b} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (1)$$

$$0 = Q_k - V_k \sum_{m=1}^{N_b} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (2)$$

em que o módulo e ângulo da tensão na barra  $k$  são dados, respectivamente, por  $V_k$  e  $\theta_k$ , compondo o fasor de tensão  $\bar{V}_k = V_k \angle \theta_k$  e  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ . Os elementos  $G_{km}$  (condutância) e  $B_{km}$  (susceptância) compõem a parte real e imaginária do elemento  $Y_{km}$  entre as barras  $k$  e  $m$  da matriz de admitância nodal ( $Y_{BUS}$ ); as potências ativa e reativa injetadas na barra  $k$  são dadas por  $P_k$  e  $Q_k$ , respectivamente.

A equação (1) é aplicada simultaneamente às barras *PQ* (total de  $N_{PQ}$ ) e *PV* (total de  $N_{PV}$ ). Porém, a equação (2) é usada apenas nas barras *PQ*. Portanto, o sistema não-linear é composto por  $n$  equações, sendo  $n = 2N_{PQ} + N_{PV}$ . Por fim, o conjunto de  $n$  equações não-lineares pode ser representado por (3), em que o vetor de estado é definido por  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{V}^T]^T \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  é do tipo  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ .

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3)$$

### 2.1 O Método de Newton-Raphson

O método iterativo de Newton-Raphson é usado para solucionar numericamente o conjunto de equações de fluxo de potência, representado por (3). Nestas condições, a cada iteração  $i$  tem-se:

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \Delta \mathbf{x}^{(i)} \quad (4)$$

em que  $\Delta \mathbf{x}^{(i)}$  é calculado por meio do desvio de  $\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})$  e pela matriz Jacobiana  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(i)}) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^{(i)}}$ :

$$\Delta \mathbf{x}^{(i)} = - \left[ \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(i)}) \right]^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (5)$$

O resultado  $\mathbf{x}^{(i+1)}$  converge numericamente para a solução do problema,  $\mathbf{x}_*$ , quando  $\|\mathbf{g}(\mathbf{x}_*)\|_\infty < \varepsilon$ , considerando uma tolerância de erro  $\varepsilon > 0$ . As iterações são limitadas a um número máximo, que caso seja ultrapassado, o método é considerado divergente.

Sabe-se que sistemas elétricos de grande-porte, em geral, têm um ponto de operação que pode funcionar como estimativa inicial recomendada para simulações de outros pontos a serem calculados. Abrir mão dessa estimativa em prol da estimativa genérica ( $V \angle 0^\circ$ , tensão *flat start*) se torna o foco principal deste trabalho. O interesse se justifica em razão da suposição de possível necessidade de se resolver o problema de fluxo de carga, por exemplo, para uma condição de contingência. Nesta situação hipotética, é possível que as condições de estimativa inicial, com base no ponto de operação prévio, não sejam apropriadas. Portanto, a ideia é usar o método de *NR* combinado com conceitos de homotopia para transformar um problema de “difícil solução” em um problema de solução inicialmente trivial, porém que migra para o problema original através da trajetória de homotopia.

## 2.2 Formulação inicial do problema

Para transformar o problema original em um problema de fácil solução, a ideia foi ajustar o sistema de tal forma que não houvesse fluxo de carga entre as barras. Para isso, foi necessário intervir de maneira fictícia nos sistemas elétricos estudados e introduzir cargas e gerações fictícias em cada barra. Nestas condições, o fluxo de potência através das interconexões é zero. Assim, a solução do problema de fluxo é trivial e a tensão em uma barra  $k$  coincide com a estimativa inicial atribuída  $\bar{V}_k^{(0)} = V_k^{(0)}$ , já que não há fluxo de potência entre barras. Assim, partindo-se de uma estimativa  $\mathbf{x}^{(0)}$ , a ideia foi ajustar uma admitância fictícia (caso da barra tipo *PQ*) ou condutância (caso da barra tipo *PV*), para obter uma solução  $\mathbf{x}_* = \mathbf{x}^{(0)}$ . Conseqüentemente, a estimativa  $\mathbf{x}^{(0)}$  coincide com a raiz de  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  em (3).

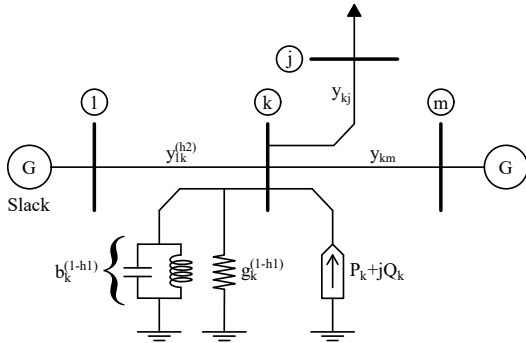


Figura 1. Elementos fictícios na barra  $k$  do tipo *PQ*

Seja  $\mathbf{x}^{(0)}$  uma estimativa do tipo *flat start* ( $V \angle 0^\circ$ ) para o conjunto de equações não-lineares em  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  para o método *NR*. As magnitudes da tensão na barra controlada  $k$  são mantidas constantes e iguais a  $V_{0k}$ . A solução convergente  $\mathbf{x}_*$  é o estado da rede para balancear as gerações de energia, cargas e perdas na rede. Agora, suponha que seja conectada uma admitância shunt fictícia  $y_k = g_k + jb_k$  na barra  $k$  do tipo *PQ* da mesma rede, conforme Figura 1, e condutância  $y_k = g_k$  na barra  $k$  do tipo *PV*, conforme Figura 2. No primeiro passo, impôs-se uma solução conhecida ao conjunto das equações (1) e (2) através da introdução da admitância fictícia. No segundo,

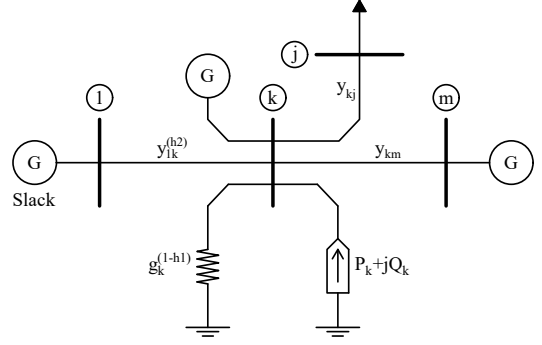


Figura 2. Elementos fictícios na barra  $k$  do tipo *PV*

ajustou-se a solução de forma que coincidissem exatamente com a estimativa inicial  $\mathbf{x}^{(0)}$ . Isso implica que os desvios  $\Delta \mathbf{x}^{(i)}$  em  $\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \Delta \mathbf{x}^{(i)}$  devem ser zero para qualquer iteração  $i$ . Portanto, a solução trivial do *PFPP* satisfaz  $V_k = 1$  para barras *PQ* e  $V_k = V_{0k}$  para barras *PV*, onde  $V_{0k}$  é a magnitude da tensão controlada nas barras *PV* ou barramento *slack* e todos os ângulos de fase são zero. Portanto, é interessante notar que a estimativa *flat start* coincide com a solução neste ponto.

Considerando uma solução coincidindo com a estimativa *flat start* e a inserção de admitâncias fictícias *shunt*,  $g_k + jb_k$  na barra  $k$ , as equações (1) e (2) são modificadas para (6) e (7).

$$0 = P_k - (G_{kk} + g_k) - V_{01}G_{k1} - \sum_{\substack{j \in \Omega_{PQ} \\ j \neq k}} G_{kj} - \sum_{\substack{m \in \Omega_{PV} \\ m \neq k}} V_{0m}G_{km} \quad (6)$$

$$0 = Q_k + (B_{kk} + b_k) + V_{01}B_{k1} + \sum_{\substack{j \in \Omega_{PQ} \\ j \neq k}} B_{kj} + \sum_{\substack{m \in \Omega_{PV} \\ m \neq k}} V_{0m}B_{km} \quad (7)$$

Assim, é possível calcular com precisão os elementos  $g_k$  e  $b_k$  conforme as equações (8) para as barras *PQ* e *PV* e (9) apenas para as barras *PV*.

$$g_k = P_k - G_{kk} - V_{01}G_{k1} - \sum_{\substack{j \in \Omega_{PQ} \\ j \neq k}} G_{kj} - \sum_{\substack{m \in \Omega_{PV} \\ m \neq k}} V_{0m}G_{km} \quad (8)$$

$$b_k = -Q_k - B_{kk} - V_{01}B_{k1} - \sum_{\substack{j \in \Omega_{PQ} \\ j \neq k}} B_{kj} - \sum_{\substack{m \in \Omega_{PV} \\ m \neq k}} V_{0m}B_{km} \quad (9)$$

Considerando que a inserção das admitâncias *shunts* necessárias para obtenção de uma solução trivial geraram uma alteração significativa no sistema original, a ideia foi retirar gradativamente esses elementos de tal forma que, ao longo do caminho de retirada (trajetória), execuções do fluxo de potência são realizadas por meio do método de *NR*. Este processo de remoção gradual dos elementos fictícios da rede e cálculo de soluções do *PFPP* podem ser realizados aplicando um processo de homotopia (Milano, 2010).

### 3. MÉTODO DA HOMOTOPIA

Métodos de homotopia são técnicas numéricas robustas aplicadas para resolver sistemas de equações algébricas não lineares (Chiang and Wang, 2018). Eles são dependentes de um caminho que parte de um estado inicial até um ponto de equilíbrio final. O problema consiste em projetar um sistema de equações não-lineares, parametrizado, na forma de um parâmetro  $h \in [0, 1]$ . Neste trabalho, o processo de homotopia foi formulado assumindo a inclusão de parâmetros para modificar gradativamente uma rede para obtenção de uma solução trivial. A partir deste ponto inicial, o objetivo é obter soluções parciais até retornar ao estado original da rede com a solução final.

#### 3.1 Inclusão de elementos de rede fictícios

O método da homotopia aplicado a um problema específico depende de um caminho baseado no sistema original de equações  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$ , segundo Milano (2010):

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) \quad (10)$$

onde  $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{n_h}]^T$  é um conjunto de parâmetros de homotopia; o caminho  $\mathbf{G}$  é definido como  $\mathbf{G} : \mathbb{R}^{n+n_h} \mapsto \mathbb{R}^n$ ; e  $\mathbf{h}$  é uma variável independente, tal que  $\mathbf{G} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_h} \mapsto \mathbb{R}^n$ , na qual, para este trabalho, foi definida como  $n_h = 2$ . Portanto, o conteúdo de  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$  é modificado adequadamente de acordo com a forma como implementa-se o processo de homotopia em  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  e incorpora as mudanças promovidas pelos parâmetros  $h_1$  e  $h_2$ . O propósito em relação à implementação do problema de homotopia é atuar modificando apenas o conteúdo da matriz de admitância nodal ao longo do processo de homotopia.

Neste trabalho o caminho da homotopia foi construído a partir dos parâmetros  $h_1$  e  $h_2$ , que são usados para modificar:

- a matriz de admitância do sistema, que inicia com um valor fictício e termina com seu próprio valor original ao final do processo de homotopia;
- o valor das impedâncias que são conectadas à barra *slack* e às barras adjacentes a esta região.

Importante observar que diferentemente do problema do fluxo de potência continuado convencional (onde um fator de carga é usado para modificar o carregamento do sistema), no caso do método da homotopia existe apenas um ponto físico de operação, exatamente o último ponto calculado (Milano, 2010). Os pontos intermediários de operação, que são gerados com a variação de  $h_1$  e  $h_2$ , não têm significado físico, por isso a sugestão de uso do termo “fictício” ao modificar o sistema.

O parâmetro,  $h_1$ ,  $0 \leq h_1 \leq 1$ , é aplicado para ajustar a diagonal principal da matriz  $\hat{Y}_{BUS}$  (matriz de admitância nodal), uma vez que os elementos fictícios inseridos são ligações *shunts*, e acoplados diretamente às barras. Esse parâmetro modifica a diagonal principal de maneira que, quando  $h_1 = 0$ , as admitâncias fictícias estão totalmente acopladas e quando  $h_1 = 1$  a matriz  $\hat{Y}_{BUS}$  volta ao seu estado original, conforme indicam as equações (11) e (12).

$$\hat{Y}_{kk} = h_1 Y_{kk} + (1 - h_1)(g_k + jb_k), \quad k \in PQ \quad (11)$$

$$\hat{Y}_{kk} = h_1 Y_{kk} + (1 - h_1)(g_k), \quad k \in PV \quad (12)$$

As Figuras 1 e 2 ilustram os elementos *shunts* fictícios nas barras  $k$  do tipo  $PQ$  e  $PV$ , respectivamente. Nas barras  $PQ$ , são compostos de susceptância  $b_k^{(1-h_1)}$  e condutância  $g_k^{(1-h_1)}$ , e apenas condutância  $g_k^{(1-h_1)}$  nas barras  $PV$  uma vez que  $b_k$  é definido como zero. O elemento de ramificação  $y_{1k}^{(h_2)}$  é controlado pelo parâmetro de homotopia  $h_2$ , explicado a seguir.

O parâmetro  $h_2$  é usado para modificar as susceptâncias dos ramos  $y_{km}$  conectados às barras próximas à barra *slack* ( $\Omega_s$ ). As alterações nestes ramos ocorrem conforme a equação (13) com intuito de diminuir a impedância do ramo, possibilitando maior fluxo de potência ao longo do processo de homotopia. Portanto, conforme a equação (13), o parâmetro  $h_2$ , com valores definidos em 0 ou 1, apenas habilita (ou não) a atuação do fator de escala  $\delta$ .

$$\hat{y}_{km} = h_2 y_{km} + (1 - h_2)\delta y_{km}, \quad y_{km} \in \Omega_s \quad (13)$$

Assim, definiu-se o parâmetro de homotopia,  $h_2$ , como zero ( $h_2 = 0$ ), enquanto  $h_1 < 1$ ; e unitário ( $h_2 = 1$ ) quando  $h_1 = 1$ , gerando uma impedância de ramificação fictícia

$$\hat{z}_{km} = r_{km} + j[h_2 x_{km} + (1 - h_2)\delta x_{km}] \quad (14)$$

#### 3.2 O Método de NR na Trajetória de Homotopia

O método da homotopia foi construído a partir de uma solução trivial inicial, quando  $h_1 = 0$ , e de passos sucessivos, que usam a solução anterior como estimativa inicial para o método de *NR*. Em resumo, a cada passo de homotopia uma solução para a rede fictícia é calculada a partir do método de *NR*. Neste trabalho, adotou-se um passo constante  $\Delta h_1$ , de forma que o parâmetro  $h_1$  seja atualizado como  $h_1^{(k+1)} = h_1^{(k)} + \Delta h_1$ ,  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , onde  $N$  é o número de passos para discretizar  $h_1$  no intervalo  $0 \leq h_1 \leq 1$ . A resolução do método *NR* ao longo do caminho de homotopia começa com a solução trivial do problema, onde  $\bar{\mathbf{x}}_*^{(0)} = \mathbf{x}^{(0)}$ . Este resultado é usado como uma estimativa inicial para o passo seguinte. O número de passos, na construção do caminho de homotopia, corresponde ao número de vezes que o algoritmo de *NR* calcula a solução, até que todos os elementos fictícios sejam retirados, e a na última execução de *NR*, a solução  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$  fique calculada. Cabe ressaltar que, caso ocorra a convergência para todos os  $N$  pontos, a solução de *PPF* foi encontrada. Caso ocorra uma divergência do *NR* ao longo do caminho de homotopia, as iterações são interrompidas e os cálculos reiniciados com um passo  $\Delta h_1$  reduzido e/ou redução do fator escalar  $\delta$ . Caso essas duas alternativas falhem, considera-se que o problema iterativo diverge.

## 4. TESTES E RESULTADOS

Nesta seção, são apresentadas simulações, bem como respectivos resultados, para diferentes sistemas testes visando mostrar o desempenho da técnica baseada em homotopia (*HA*) na solução do *PPF*. As simulações foram feitas utilizando a ferramenta computacional MATPOWER baseada em Matlab (Zimmerman et al., 2011). Com esta finalidade, alguns códigos de *script* do MATPOWER foram adaptados para implementar a abordagem *HA*. As simulações foram realizados em oito sistemas com: 300, 1.888, 1.951, 3.012, 3.375, 6.515, 13.659 e 70.000 barras. Em todas as

Tabela 1. Desempenho do método *HA* e outras técnicas a partir de simulações com oito sistemas testes

SISTEMAS	<i>ICNM-J1</i>		<i>RK4</i>				<i>IH</i>		<i>HA</i>		
	$\alpha$	iter	$\alpha_1$	iter <sub>1</sub>	$\alpha_2$	iter <sub>2</sub>	$\Delta h$	iter	$\Delta h_1$	$\delta$	iter
300	10 <sup>4</sup> ✓	5	1,0 ✓	2	1,6 ✓	5	0,5 ✓	2	0,5 ✓	1,0	2
1888rte	X	–	X	–	X	–	0,5 ✓	2	0,25 ✓	1,0	5
1951rte	X	–	X	–	X	–	X	–	0,25 ✓	1,0	5
6515rte	X	–	X	–	X	–	0,25 ✓	6	0,0625 ✓	1,0	19
3012wp	1,0 ✓	37	0,1 ✓	2	1,6 ✓	6	0,5 ✓	2	0,25 ✓	1,0	6
3375wp	1,0 ✓	37	0,1 ✓	2	1,6 ✓	6	0,5 ✓	2	0,25 ✓	1,0	6
13659pegase	100 ✓	9	0,1 ✓	2	1,6 ✓	7	0,25 ✓	6	0,25 ✓	0,125	19
ACTIVSg70k	0,1 ✓	259	X	–	X	–	X	–	0,125 ✓	1,0	11

✓: converge; X: diverge.

simulações, utilizou-se a estimativa de tensão *flat start*. Os resultados dessas simulações foram comparados com as soluções de referência obtidas via MATPOWER, as quais são determinadas com estimativa inicial de tensões (nativa do banco de dados) muito próxima à solução para a técnica de Newton-Raphson. Efetuou-se também o cálculo do fluxo de carga com o método de *NR*, com estimativa *flat start*, sem o processo de homotopia, mas neste caso houve convergência somente para simulações com o sistema de 300 barras. Portanto, evidencia-se o mal-condicionamento conforme (Milano, 2009) de todos os sistemas, exceto o caso com 300 barras.

Além do *NR* tradicional, três outras técnicas serviram para comparação do desempenho do solucionador *HA*. A primeira foi o método *RK4*, baseado em um solucionador de Runge-Kutta de quarta ordem (Milano, 2009), para solucionar problemas de fluxo de carga mal-condicionados, colocado em uma forma chamada *continuous Newton method (CNM)*. Uma segunda, foi a abordagem *Implicit CNM (ICNM)*, apresentada por Milano (2019), onde deste, adotou-se a alternativa chamada *ICNM-J1*. Finalmente, considerou-se um método comparativo, baseado em homotopia, chamado abordagem *IH* (Murray et al., 2013).

A Tabela 1 mostra detalhes sobre os parâmetros típicos de cada método, os sistemas testes simulados e iterações para convergência obtidos ao se utilizar o método. No método *ICNM – J1*, atribui-se o parâmetro  $\alpha$  (segunda coluna), executa-se o fluxo de carga e avalia-se a convergência. Note-se que nesse método e nos demais, exceto o *HA*, é possível que para algum sistema teste não haja um parâmetro capaz de levar à convergência (observar o marcador de divergência na respectiva coluna da tabela). Em caso de sucesso de convergência, indica-se o número de iterações na terceira coluna da tabela. No caso do método *RK4*, considera-se um passo constante  $\alpha_1$  até a iteração  $iter_1$ . Depois, o passo é modificado para  $\alpha_2$ , quando a convergência não é alcançada para a iteração  $iter_1$ . O valor do passo menor,  $\alpha_1$ , foi atribuído na quarta coluna; e o maior,  $\alpha_2$ , na sexta coluna. Nas quinta e sétima colunas são indicados os respectivos resultados para o número de iterações, quando houver convergência. O parâmetro do método *IH* é atribuído na oitava coluna, enquanto as iterações para convergência com esse método são mostradas na nona coluna. Por fim, na décima e décima primeira coluna, são atribuídos os parâmetros  $\Delta h_1$  e  $\delta$ , respectivamente, para o método *HA*. Já na décima segunda coluna, são mostradas as iterações para convergência.

Com relação ao solucionador *HA*, deve-se enfatizar que um resultado convergente obtido em um ponto da trajetória é usado como estimativa inicial para a próxima resolução do *PPF* na trajetória de homotopia. Assim, espera-se que as estimativas iniciais fiquem sempre próximas às soluções. Esta é uma grande vantagem do método da homotopia apresentado, procurando atender um dos requisitos fortemente recomendado para a convergência do método *NR*. A décima coluna mostra o passo final  $\Delta h_1$ , para a discretização do parâmetro de homotopia  $h_1$ . A etapa começa sempre considerando um valor inicial  $\Delta h_1 = 0,5$  e é reduzida à metade em caso de divergência do método *NR* nesse primeiro passo. Este fato conduz ao reinício dos cálculos que precisam de um  $\Delta h_1$  atualizado. Para esta condição, o passo é reduzido, mantendo-se esta estratégia até que um valor limiar  $\Delta h_1^{min}$  tolerável seja atingido. Em caso de insucesso de convergência, o fator de escala  $\delta$  deve ser reduzido pela metade, e  $h_1$  é reinicializado a partir do valor  $\Delta h_1 = 0,5$ . Este processo continua enquanto a trajetória de homotopia completa não é concluída, com  $\delta$  também atingindo um valor mínimo. Portanto, o número total de iterações contabilizadas na décima segunda coluna da Tabela 1 é igual à soma de todas as soluções de *NR* necessárias para atingir o estado final no caminho de homotopia.

Os resultados apresentados na Tabela 1 indicam que somente o método *HA* apresenta convergência nas simulações para todos os sistemas. Nota-se que o maior sistema teste estudado também apresenta convergência para a abordagem *ICNM – J1*, porém requerendo um número muito elevado de iterações. Por outro lado, ao se usar o método *HA*, há convergência com apenas 11 iterações. Quando compara-se apenas os métodos que utilizam a homotopia fica destacado que o método proposto *HA* é superior ao *IH* uma vez que obtém convergência para todos os casos em estudo.

#### 4.1 Pontos na trajetória de homotopia

Nesta subseção, ilustra-se como ocorre a evolução na trajetória de homotopia das tensões, desde o ponto inicial (tensão *flat start*) até o ponto final que retrata a solução de interesse do *PPF*. Devido a razões de espaço no texto, somente resultados de simulações envolvendo o maior sistema teste foram apresentadas. A Figura 3a exibe as trajetórias de homotopia para magnitude de tensão nas barras número 658, 5691, 35788, 50009 e 70000. Já na Figura 3b estão as curvas de ângulo de tensão nas mesmas barras. Nestas figuras, estão os valores assumidos pelos

estados ao longo de todo o processo iterativo, inclusive das iterações do método *NR*, porém reportando apenas o momento em que  $\Delta h_1 = 0,125$  e  $\delta = 1$ , totalizando 8 chamadas do *NR*, caso convergente reportado na Tabela 1. O resultado convergente neste caso está indicado pelos círculos pretos nos gráficos (chamada e convergência do *NR*). Na Tabela 1 estão incluídas mais três chamadas de *NR*, correspondentes às tentativas com  $\Delta h_1 = 0.5$  e  $\Delta h_1 = 0.25$ , daí o total de 11 iterações na tabela. Portanto, nos gráficos, estão reportados os resultados de iteração a iteração avaliadas ao longo das chamadas do método de *NR*, totalizando 41 iterações. Observam-se, tanto em magnitude, quanto em ângulo que os valores ao longo da trajetória ficam próximos, justificando o excelente desempenho de convergência do método *NR* ao longo da trajetória de homotopia.

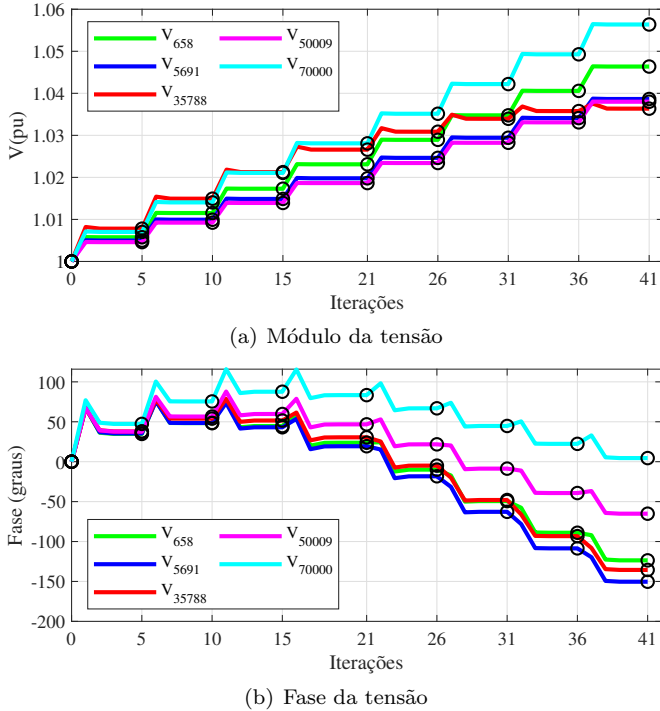


Figura 3. Trajetória do módulo (a) e fase (b) da tensão de algumas barras do sistema ACTIVSg70k com  $\Delta h_1 = 0,125$  e  $\delta = 1$

## 5. CONCLUSÕES

Foi apresentada uma técnica para a solução do problema de fluxo de carga baseada em homotopia, iniciando com uma estimativa inicial do tipo *flat start*. A técnica é bastante eficiente para tratar problemas de *PF* mal-condicionados e de grande-porte. Conforme ficou demonstrado através de simulações, a técnica permite resolver problemas que não são resolvidos usando-se somente o método tradicional de *NR*. Mas, quando associado ao método da homotopia, mesmo partindo de uma estimativa *flat start*, o método *NR* transforma-se em uma alternativa bastante eficiente. Além disso, foram efetuados testes com mais três métodos, reportados como eficientes para tratar o problema de mal-condicionamento, porém foram incapazes de convergir em todos os testes.

Em futuras pesquisas com a metodologia proposta, prevê-se o estudo de sistemas trifásicos desbalanceados, sistemas de distribuição, incluindo diferentes tipos de geração.

## REFERÊNCIAS

- Ali, M., Gryazina, E., Dymarsky, A., and Vorobev, P. (2023). Calculating voltage feasibility boundaries for power system security assessment. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 146(October 2022), 108739.
- Chiang, H.D. and Wang, T. (2018). Novel Homotopy Theory for Nonlinear Networks and Systems and Its Applications to Electrical Grids. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 5(3), 1051–1060.
- Freitas, F.D. and de Oliveira, L.N. (2023). Two-step hybrid-based technique for solving ill-conditioned power flow problems. *Electric Power Systems Research*, 218, 109178.
- Freitas, F.D. and Silva, A.L. (2022). Flat start guess homotopy-based power flow method guided by fictitious network compensation control. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 142, 108311.
- Hu, S.T. (1959). *Homotopy theory*. Academic press, Wayne State University, Detroit, MI.
- Jereminov, M., Terzakis, A., Wagner, M., Pandey, A., and Pileggi, L. (2019). Robust and Efficient Power Flow Convergence with G-min Stepping Homotopy Method. In *2019 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2019 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, 1–6. IEEE.
- Kundur, P. (1994). *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, EPRI, Power Engineering Series, New York, 1st edition.
- Liao, S. (2012). *Homotopy analysis method in nonlinear differential equations*. Springer.
- Milano, F. (2009). Continuous Newton's Method for Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(1), 50–57.
- Milano, F. (2010). *Power System Modelling and Scripting*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin.
- Milano, F. (2019). Implicit Continuous Newton Method for Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(4), 3309–3311.
- Murray, W., De Rubira, T.T., and Wigington, A. (2013). Improving the robustness of Newton-based power flow methods to cope with poor initial points. In *2013 North American Power Symposium (NAPS)*, 1, 1–6. IEEE.
- Pandey, A., Jereminov, M., Wagner, M.R., Bromberg, D.M., Hug, G., and Pileggi, L. (2019). Robust Power Flow and Three-Phase Power Flow Analyses. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(1), 616–626.
- Pandey, A., Jereminov, M., Wagner, M.R., Hug, G., and Pileggi, L. (2018). Robust Convergence of Power Flow Using TX Stepping Method with Equivalent Circuit Formulation. In *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 1–7. IEEE.
- Yang, X. and Zhou, X. (2014). Application of asymptotic numerical method with homotopy techniques to power flow problems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 57, 375–383.
- Zimmerman, R.D., Murillo-Sanchez, C.E., and Thomas, R.J. (2011). Matpower: Steady-state operations, planning and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1), 12–19.