

# Estratégia baseada em Perturbação Inicial da Matriz Jacobiana para a Solução de Problemas de Fluxo de Carga em Sistemas de Grande Porte e Mal-condicionados

Laice Neves de Oliveira \* Francisco Damasceno Freitas \*\*

\* *Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Elétrica, Brasília - DF, (e-mail: oliveira.laice@aluno.unb.br).*

\*\* *Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Elétrica, Brasília - DF, (e-mail: ffreitas@ene.unb.br)*

---

**Abstract:** This paper presents an approach to calculating the solution to the Power Flow Problem (PFP) in ill-conditioned large-scale system models. The proposed procedure is based on the introduction of a conditioning step applied to the initial estimate attributed to the PFC. This procedure is performed by adding a low-norm diagonal matrix (small disturbance) to the Jacobian matrix of the PFC. The result obtained from this step is used in subsequent iterations of an iterative method. The methodology was investigated considering the methods of Newton-Raphson (NR), Heun-King-Werner (HKW), and some of their variants. The particularity is that when an estimate of type flat start is used, the NR method does not converge without the proposed conditioning step. Also, the HKW approach fails or the user has difficulty in adjusting its parameters. Simulations performed in four ill-conditioned large-scale power systems models demonstrate the methodology's effectiveness.

**Resumo:** Este artigo apresenta uma abordagem para o cálculo da solução do Problema de Fluxo de Carga (PFC) em sistemas mal-condicionados de grande porte. O procedimento proposto baseia-se na introdução de uma etapa de condicionamento aplicada à estimativa inicial atribuída ao PFC. Este procedimento é realizado através da adição de uma matriz diagonal de baixa norma (pequena perturbação) à matriz jacobiana do PFC. O resultado obtido a partir dessa etapa é usado nas iterações subsequentes de qualquer método iterativo. A metodologia foi investigada considerando os métodos clássicos de Newton-Raphson (NR), Heun-King-Werner (HKW) e algumas de suas variantes. A particularidade é que, quando uma estimativa *flat start* é usada, o método de NR não converge sem a etapa de condicionamento proposta. Também, a abordagem via HKW, ou falha, ou é de difícil ajuste de seus parâmetros. Simulações realizadas em quatro modelos de sistemas de potência mal condicionados de grande porte demonstram o excelente desempenho da metodologia.

*Keywords:* Power flow problem; Ill-conditioned Systems; Conditioning Step; Newton-Raphson Method; Heun-King-Werner; MATPOWER.

*Palavras-chaves:* Problema de Fluxo de Carga; Sistemas mal-condicionados; Etapa de Condicionamento; Método de Newton-Raphson; Heun-King-Werner; MATPOWER.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Sistemas de potência de grande porte, constituídos por dezenas de milhares de barras, demandam um igualmente elevado número de equações não-lineares para sua modelagem. No âmbito desses sistemas, a solução do Problema de Fluxo de Carga (PFC) desempenha um papel crucial para diversos estudos. Investigações sobre este tema têm despertado interesse recentemente (Milano, 2019; Tostado-Véliz et al., 2020; Zeng e Chiang, 2022), principalmente, em razão da crescente inserção de fonte renováveis na rede elétrica, expansão e diversificação dos sistemas de transmissão, interconexões dos antigos sistemas elétricos, etc. A contribuição para benefícios energéticos proporcionados por estas infraestruturas, por outro lado, pode introduzir

severas modificações no ponto de operação da rede. Em função disso, técnicas iterativas convencionais utilizadas para a solução do PFC podem falhar. Uma das razões para este insucesso está na definição da estimativa inicial para o método numérico. Nestes casos, embora se vislumbre uma solução plausível e fisicamente viável, pode se deparar com uma situação de mal-condicionamento numérico do problema, levando à sua divergência. Portanto, um tópico de interesse é a busca por uma técnica que possa fornecer uma solução para o PFC para modelos de grande porte (por exemplo, acima de 10 mil barras) e mal-condicionados.

O método tradicional utilizado para resolver o PFC é o método de Newton-Raphson (NR) (Kundur, 2007). Por ser uma técnica iterativa, depende de uma estimativa inicial para implementar o processo. Ocorre que em algumas situ-

ações, a atribuição de uma estimativa inicial torna-se um desafio para o usuário. Uma opção bem aceita é o uso de uma inicialização conhecida por *flat start* (Kundur, 2007). Esta estratégia pode servir como uma aproximação adequada para o ponto de operação do sistema. Entretanto, para o PFC, poderá resultar em insucesso ao se tratar de sistemas de grande porte. Nesta situação, o sistema é considerado mal-condicionado se não houver convergência do processo iterativo do método de NR, embora haja uma solução plausível (Milano, 2019, 2009).

Alguns trabalhos recentes têm apresentado contribuições para resolver PFCs mal-condicionados (Milano, 2019; Tostado-Véliz et al., 2020; Tang et al., 2021). Em Tang et al. (2021), foi proposto um algoritmo de fluxo de potência paralelo baseado no método Levenberg-Marquardt (LM) com elevada taxa de convergência para sistemas mal-condicionados. A técnica proposta apresentou maior robustez e eficiência em relação ao método de NR clássico para resolver PFC envolvendo sistemas mal-condicionados de grande porte. Outros trabalhos seguem a filosofia de Newton Contínuo (NC), de integração numérica, portanto dinâmica, convenientemente adaptada para resolver o PFC (Milano, 2019), apesar de ser um problema de abordagem estática. Em Milano (2009), foram apresentadas duas novas metodologias para resolver o PFC baseado em NC. Uma delas, chamada método simples e robusto (MSR), a qual usa iterações que utilizam o método de Euler com avanço (*forward Euler*); uma outra já emprega o método de Runge-Kutta de quarta-ordem (RK4). O mesmo autor, recentemente, propôs o uso do método de Euler, porém com implementação da forma de iteração *backward* (Milano, 2019).

Em Tostado-Véliz et al. (2020), foi proposta uma técnica combinando os métodos King-Werner e Heun gerando o método híbrido Heun-King-Werner (HKW). O método é apropriado para modelos de sistemas elétricos bem- e mal-condicionados. Além disso, apresenta melhor desempenho em relação à carga computacional e convergência ao se lidar com sistemas mal-condicionados do que outros métodos, como Newton-Raphson, Euler e Runge-Kutta (Milano, 2009). Por outro lado, a técnica é sensível a variações em alguns parâmetros usados para execução dos cálculos. Duas abordagens simplificadas para o HKW foram apresentadas em de Oliveira e Freitas (2021). As simplificações consideram aproximações numéricas do método HKW original proposto em Tostado-Véliz et al. (2020). No entanto, a sensibilidade aos parâmetros continuou insolúvel.

Dependendo do sistema, todos os métodos descritos acima são sensíveis à estimativa inicial. Especialmente do tipo *flat start*, e quando a investigação envolve sistemas de grande porte. Portanto, estes aspectos motivaram o presente trabalho.

Este artigo, propõe uma abordagem para o cálculo da solução do problema de fluxo de carga, que é adequada para modelos de sistemas de potência mal-condicionados e de grande porte. O problema consiste em modificar a matriz jacobiana da primeira iteração do PFC iterativo adicionando à mesma uma matriz de perturbação diagonal. A primeira iteração neste processo pode ser interpretada como uma Etapa de Condicionamento (EC). Este artifício é implementado a fim de se determinar uma

norma de desvios de estados muito inferior que a norma do desvio sem EC. O desvio obtido a partir dessa iteração com EC é então utilizado para computar os estados na primeira iteração do processo de NR. As demais iterações são computadas normalmente, removendo-se a EC, até a convergência final, caso o PFC admita solução. Em todas as simulações, assume-se que a estimativa inicial seja do tipo *flat start* e o sistema seja do tipo mal-condicionado. A técnica proposta tem o seu desempenho numérico avaliado e comparado com o método HKW (Tostado-Véliz et al., 2020) e suas duas versões simplificadas (de Oliveira e Freitas, 2021). Com esta finalidade, são realizadas simulações em quatro sistemas testes, incluindo uma rede com 70.000 barras.

As principais contribuições do artigo podem ser elencadas da seguinte forma:

- Apresentação de uma técnica apropriada para resolução do PFC mal-condicionado em sistemas de grande porte;
- Utilização de uma matriz de perturbação diagonal somada à matriz jacobiana do PFC, na primeira iteração, e removida nas demais, para melhor condicionamento numérico do problema;
- Realização de simulações para cálculo da solução do PFC sempre inicializando com uma estimativa do tipo *flat start*, uma hipótese razoável ao se assumir um sistema elétrico na qual o operador o conheça pouco.

Este artigo está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta informações básicas sobre o método NR clássico, incluindo uma alternativa com um multiplicador ótimo. A Seção 3 descreve brevemente os fundamentos da 'etapa de condicionamento' proposta. Na Seção 4, simulações são apresentadas com o propósito de demonstrar a eficácia da técnica implementada. Por fim, as conclusões do artigo são apresentadas na Seção 5.

## 2. DESCRIÇÕES DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

O PFC pode ser formulado a partir de um conjunto de equações não-lineares, também conhecidas como equações de balanço de potência dadas por (Kundur, 2007):

$$0 = P_k^{sp} - V_k \sum_{m=1}^{N_b} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})], \quad (1)$$

$$0 = Q_k^{sp} - V_k \sum_{m=1}^{N_b} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})], \quad (2)$$

onde  $V_k$  e  $\theta_k$  são a magnitude da tensão e o ângulo de fase de um fasor de tensão nodal na barra #k, respectivamente, ou seja,  $\bar{V}_k = V_k \angle \theta_k$ ; o termo  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$  corresponde à diferença angular entre os ângulos de fase absolutos  $\theta_k$  e  $\theta_m$  nas barras #k e #m, respectivamente.  $P_k^{sp}$  é a potência ativa líquida injetada na barra #k, enquanto  $Q_k^{sp}$  é a potência reativa líquida injetada na mesma barra;  $G_{km}$  e  $B_{km}$  são, respectivamente, as partes real e imaginária da matriz admitância  $\bar{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$ .

A equação (1) é aplicada tanto para barras de carga (tipo PQ) quanto para barras de tensão controlada (tipo PV). No entanto, (2) é usado apenas para barras do tipo

PQ. Assume-se que o conjunto de barras PQ possui  $N_{PQ}$  equações, enquanto o conjunto de PVs, possui  $N_{PV}$ . Além disso, a rede CA é síncrona com apenas uma barra slack de forma que  $N_b = N_{PQ} + N_{PV} + 1$ . Portanto, o número de equações (1)-(2) é dado por  $n = 2N_{PQ} + N_{PV}$ . Então, este conjunto de equações não-lineares pode ser representado conforme (3):

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (3)$$

em que o vetor de estados é definido como  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{V}^T]^T \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  é uma função do tipo  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ .

A  $i$ -ésima iteração do método NR fornece o seguinte resultado:

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \Delta\mathbf{x}^{(i)} \quad (4)$$

onde  $\Delta\mathbf{x}^{(i)}$  é um desvio determinado para um mismatch  $\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})$  e a matriz Jacobiana  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(i)}) = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^{(i)}}$ , sendo:

$$\Delta\mathbf{x}^{(i)} = -[\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(i)})]^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)}). \quad (5)$$

O resultado da iteração  $\mathbf{x}^{(i+1)}$  converge numericamente para a raiz  $\mathbf{x}_*$ , caso  $\|\mathbf{g}(\mathbf{x}_*)\|_\infty < \varepsilon$  para  $\varepsilon > 0$  suficientemente pequeno. Assume-se que a convergência também falha, se o número de iterações exceder um limite *max\_iter*. O método NR exhibe convergência quadrática e, portanto, espera-se que convirja quando uma estimativa inicial  $\mathbf{x}^{(0)}$  for atribuída na região de atração da solução. No entanto, mesmo dentro desta região, a convergência não é necessariamente garantida (Milano, 2009). Essa situação pode ocorrer por vários motivos. Uma delas é uma estimativa que está longe da solução. Em condições onde não se conhece a inicialização do procedimento iterativo, é comum iniciar com uma estimativa do tipo *flat start*. Nesta situação, as magnitudes de tensão nas barras de carga são inicializadas em 1,0 pu, enquanto todos os ângulos de fase são inicializados em zero. Entretanto, a divergência pode ocorrer mesmo para tensões de operação próximas da nominal. Neste caso, o sistema é caracterizado como mal-condicionado (Milano, 2009).

Sistemas do tipo mal-condicionados podem ter elevadas normas de incrementos em (5) (Golub e Van Loan, 1996). Assim, elevados valores para  $\mathbf{x}^{(i+1)}$  em (4) são plausíveis. Uma estratégia para reduzir o impacto da 'explosão' de  $\Delta\mathbf{x}^{(i)}$  sobre  $\mathbf{x}^{(i+1)}$  é introduzir um multiplicador ótimo  $h_i$  (Pan et al., 2019) de forma que:

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + h_i \Delta\mathbf{x}^{(i)}. \quad (6)$$

Apesar do uso de  $h_i$  durante a solução do PFC, o problema ainda pode divergir, principalmente quando modelos de grande porte e mal-condicionados são estudados. *O gargalo do problema está relacionado ao mal-condicionamento da matriz jacobiana*, justamente quando é calculada para um ponto inicial  $\mathbf{x}^{(0)}$ .

### 3. CONDICIONAMENTO NA ITERAÇÃO INICIAL

Esta seção descreve a metodologia proposta no artigo para contornar o problema de mal-condicionamento numérico do PFC. O objetivo é modificar a primeira iteração no PFC, introduzindo-se uma pequena perturbação na matriz jacobiana usada para calcular os desvios de estado para o método NR. A partir da segunda iteração, a perturbação é removida e os cálculos podem ser realizados usando diferentes métodos iterativos, incluindo o método NR

clássico. Portanto, o resultado da iteração inicial pode ser interpretado como um processo de condicionamento numérico para modificar a estimativa inicial.

O procedimento a seguir propõe a resolução do PFC iterativo levando em consideração uma "etapa de condicionamento" na estimativa  $\mathbf{x}^{(0)}$ :

- (1) Dada uma estimativa inicial  $\mathbf{x}^{(0)}$ , o objetivo consiste no cálculo do incremento  $\Delta\mathbf{x}^{(0)}$  através da resolução do sistema linear  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})\Delta\mathbf{x}^{(0)} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(0)})$  e assim obter  $\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta\mathbf{x}^{(0)}$  no final da primeira iteração. No entanto, em vez dessa etapa direta, propõe-se a seguinte forma com uma perturbação apenas na matriz jacobiana:
- (2) Adicionar uma matriz diagonal de perturbação  $\sqrt{\delta}\mathbf{I}$  a  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})$ , no passo 1, com um escalar  $\delta > 0$  e  $\delta$  pequeno, de modo que  $\{\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)}) + \sqrt{\delta}\mathbf{I}\} \Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(0)})$  seja resolvido para o cálculo de  $\Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)}$ , em vez de  $\Delta\mathbf{x}^{(0)}$ ;
- (3) Considerando  $\Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)}$ , o resultado para a primeira iteração  $\mathbf{x}^{(1)}$  é calculado como  $\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}_\delta^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)}$ .
- (4) Nas iterações seguintes,  $k = 2, 3, \dots$ , os cálculos são realizados assumindo-se  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  como estimativa, mas sem considerar a perturbação no passo 2) para qualquer método iterativo.

Com o procedimento nos passos (2) a (4), usando-se  $\Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)}$  como incremento ao invés de  $\Delta\mathbf{x}^{(0)}$ , como no passo (1), espera-se uma redução significativa na norma inicial do desvio de estados, evitando-se "explosão" na atualização do resultado a ser usado na iteração seguinte. Note-se que a redução do incremento na expressão (5) é feita em uma mesma direção, ao passo que calculando-se  $\Delta\bar{\mathbf{x}}_\delta^{(0)}$ , além da redução, tem-se também a mudança de direção dos incrementos. Este fato diferencia significativamente os resultados para uso nas iterações subsequentes. Portanto, sendo a principal contribuição do artigo.

## 4. TESTES E RESULTADOS

Nesta seção, a metodologia proposta foi avaliada usando os sistemas de transmissão mal-condicionados disponíveis na base de dados do programa MATPOWER (Zimmerman et al., 2011):

- *case3012wp*: 3012 barras do sistema de Transmissão Polonês no pico noturno do inverno de 2007-2008.
- *case3375wp*: 3375 barras do sistema de Transmissão Polonês no pico noturno do inverno de 2007-2008.
- *case13659pegase*: 13659 barras de parte do sistema de Transmissão Europeu.
- *case\_ACTIVSg70k*: Modelo sintético do leste dos EUA de 70000 barras.

As seguintes abordagens foram consideradas para comparação de desempenho com a técnica proposta: Método NR com um multiplicador ótimo (OM-NR) (Pan et al., 2019), Método Heun-King-Werner (HKW) (Tostado-Véliz et al., 2020) e variantes do Método HKW (HKW1 e HKW2) (de Oliveira e Freitas, 2021).

Todos os experimentos foram avaliados usando o MATPOWER v6.0 e uma versão modificada preparada para incorporar a metodologia apresentada neste artigo. A solução obtida pelo método clássico de NR usando o ponto de partida fornecido pelo banco de dados do MATPOWER é usada como solução de referência para comparação dos resultados. Na solução do cálculo do PFC, foi adotada uma tolerância igual a  $10^{-8}$  pu para a convergência dos *mismatches* de potência. As simulações foram realizadas em um notebook com processador Intel® Core™ i5-9300H, 2,40 GHz; 8GB de RAM; e sistema operacional de 64 bits.

#### 4.1 Desempenho da Metodologia Proposta

Foram efetuados diversos testes, entre eles simulações utilizando o método clássico de NR. Em todas as simulações, considerou-se a estimativa inicial do tipo *flat start*. Para esta situação, o método clássico de NR falha em obter a solução em todos os sistemas estudados. Em função disso, outros testes foram efetuados, realizando-se uma redução dos desvios de estados, com um multiplicador ótimo (OM-NR). Testes usando a abordagem HKW original e duas outras simplificadas, HKW1 e HKW2, foram também realizados. As técnicas HKW, HKW1 e HKW2 são métodos que dependem de alguns parâmetros que devem ser ajustados de acordo com a complexidade do sistema analisado (de Oliveira e Freitas, 2021). Em Tostado-Véliz et al. (2020), os parâmetros iniciais do método HKW (ver definição dos parâmetros em Tostado-Véliz et al. (2020)) foram sugeridos como  $h_{min} = 0.4$ ,  $h_{max} = 1$ ,  $\mu = 500$ ,  $\mu = 0.06$ ,  $\psi^{(0)} = 1$  e  $\psi_{max} = 1.9$ . As técnicas HKW1 e HKW2 são baseadas em simplificações no método HKW, em geral, compartilhando o uso de mesmos parâmetros. A diferença básica entre o método HKW e sua simplificação HKW1 é que neste último, somente 1 matriz jacobiana é calculada por iteração, enquanto no HKW, duas matrizes são calculadas e fatoradas. Já na técnica HKW2, a simplificação é mais pronunciada, pois é baseada no congelamento da matriz jacobiana a partir de uma dada iteração. Em geral, logo a partir da primeira.

No entanto, o conjunto de parâmetros universal não foi capaz de obter a solução do PFC para todos os sistemas, especialmente os sistemas mais complexos de 13.659 e 70.000 barras. Ajustes empíricos por tentativa e erro dos parâmetros foram realizados em de Oliveira e Freitas (2021) até que a convergência fosse alcançada para todos os sistemas. Porém, trata-se de um processo complexo, levando à divergência do PFC ao se efetuar qualquer pequena alteração em um dos parâmetros ajustados no caso dos dois maiores sistemas. Assim, o ajuste de parâmetros sem uma estratégia eficiente inviabiliza o uso do método HKW e suas variantes.

A Tabela 1 mostra o número de iterações necessárias para obter a solução do PFC para a opção do método OM-NR, HKW e suas variantes HKW1 e HKW2, considerando uma estimativa *flat start*. O método NR, quando combinado com um multiplicador ótimo (OM-NR) ajustado conforme sugerido em Pan et al. (2019), converge para o ponto de operação em *case3012wp* e *case13659pegase*; e diverge para *case3375wp* e *case\_ACTIVSg70k*. Os métodos HKW, HKW1 e HKW2 convergiram para testes com parâmetros universais previamente sugeridos, mas somente para

os dois sistemas maiores. Embora a convergência tenha sido obtida para os dois maiores sistemas, houve uma grande quantidade de tentativas até que fossem obtidos parâmetros favoráveis, principalmente para o sistema de maior porte. Portanto, verifica-se uma limitação do método HKW, bem como de seus derivados, em relação à estimativa inicial dos estados e dos parâmetros requeridos para simulação.

Tabela 1. Número de iterações necessárias para o caso de carregamento básico dos sistemas.

Método	<i>case3012wp</i>	<i>case3375wp</i>	<i>case13659pegase</i>	<i>case_ACTIVSg70k</i>
<b>OM-NR</b>	15	-	12	-
<b>HKW</b>	8	8	8	15
<b>HKW1</b>	8	8	8	15
<b>HKW2</b>	22	24	38	32*

\* Matriz Jacobiana congelada na sétima iteração.

Passou-se então a avaliar a proposta na qual se introduz uma matriz de perturbação diagonal à matriz jacobiana na primeira iteração do PFC. Com esta finalidade, foram realizadas simulações considerando valores para  $\delta$  de  $10^{-4}$  a 1, usando estimativa *flat start* para o problema. Em seguida, com a inicialização obtida a partir do resultado  $\Delta \bar{x}_\delta^{(0)}$  da etapa de condicionamento, foram realizadas simulações com os métodos de NR, NR com a matriz jacobiana congelada na primeira iteração, HKW, HKW1 e HKW2 (com os parâmetros universais sugeridos em Tostado-Véliz et al. (2020)). Essas abordagens foram denominadas CS-NR, CS-NR1J, CS-HKW, CS-HKW1 e CS-HKW2, respectivamente. Os resultados são apresentados na Tabela 2 em termos do número de iterações necessárias para a convergência de cada sistema.

Tabela 2. Número de iterações necessárias para o caso de carregamento básico dos sistemas.

<i>case</i>	$\delta$	CS-NR	CS-NR1J	CS-HKW	CS-HKW1	CS-HKW2
<i>3012wp</i>	$10^{-4}$	X	X	X	X	X
	$10^{-3}$	5	401	7	8	326
	$10^{-2}$	5	22	7	7	23
	$10^{-1}$	5	20	7	7	22
	1	4	20	6	6	21
<i>3375wp</i>	$10^{-4}$	X	X	X	X	X
	$10^{-3}$	5	59	7	7	51
	$10^{-2}$	5	21	7	7	22
	$10^{-1}$	4	18	6	7	20
	1	4	18	6	6	20
<i>13659pegase</i>	$10^{-4}$	5	20	7	7	23
	$10^{-3}$	5	19	7	7	22
	$10^{-2}$	7	20	7	7	23
	$10^{-1}$	7*	23	8	8	26
	1	5*	46	8	8	37
<i>ACTIVSg70k</i>	$10^{-4}$	5	51	7	7	48
	$10^{-3}$	6	30	7	7	28
	$10^{-2}$	6	25	7	7	28
	$10^{-1}$	6	25	7	7	28
	1	6	129	7	8	91

\* ponto de operação instável; X: divergência.

A partir da Tabela 2, observam-se que todas as simulações apresentaram convergência para valores de  $\delta$  iguais ou superiores a  $10^{-3}$ , incluindo o método NR. A expressiva melhora dos resultados para o método NR pode ser atribuída ao fato de que o mal-condicionamento do problema de fluxo de carga foi atenuado pela introdução da perturbação diagonal na matriz jacobiana para a primeira

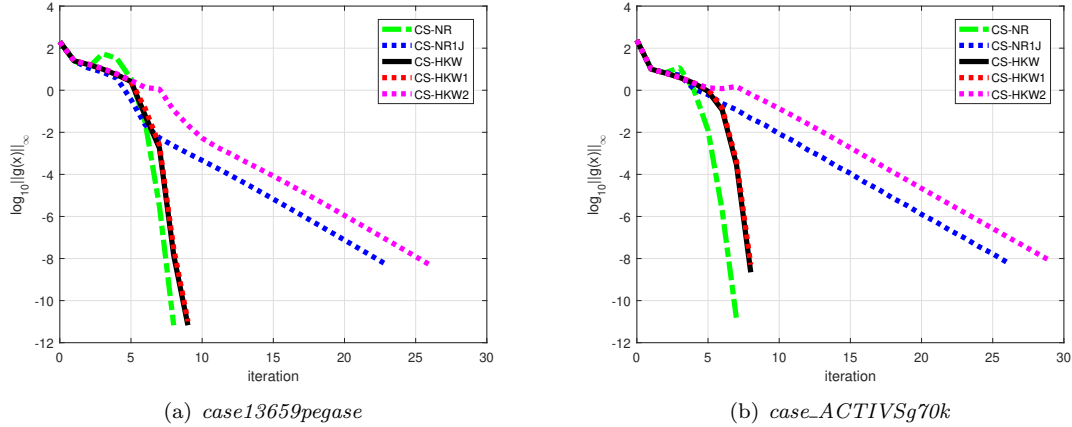


Figura 1. Características de convergência de métodos usando uma etapa de condicionamento com  $\delta = 0.05$ .

iteração do método. Quando valores muito pequenos para  $\delta$  são atribuídos, os métodos podem apresentar divergência, como ocorreu para o *case3012wp* e *case3375wp* com  $\delta = 10^{-4}$ . Isso se justifica porque no limite quando  $\delta \rightarrow 0$ , os resultados podem ser interpretados como oriundos da solução do sistema  $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})\Delta\mathbf{x}^{(0)} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(0)})$ , que coincide com a primeira iteração do método clássico de NR. Por outro lado, valores mais elevados para  $\delta$  podem demandar maior número de iterações, como verificado para o sistema *case\_ACTIVSg70k*, ou levar à convergência para um ponto de operação instável.

De maneira geral, o CS-NR convergiu com desempenho superior em relação a todos os outros métodos analisados para os valores de  $\delta$  na faixa entre  $10^{-3}$  e  $10^{-2}$ . Por outro lado, o CS-HKW e suas variantes também convergiram, sem a necessidade de ajustes de parâmetros específicos por sistema. Esses resultados demonstram a robustez dos métodos quando se utiliza a estimativa inicial proveniente da etapa de condicionamento.

Em relação ao CS-HKW, foi necessário um número menor de iterações para obtenção da solução em relação aos resultados apresentados na Tabela 1. Para CS-HKW2 não foi necessário congelar a matriz jacobiana na 7ª iteração conforme efetuado em de Oliveira e Freitas (2021), proporcionando uma redução na carga computacional. A Figura 1 apresenta as características de convergência dos métodos considerando a utilização da etapa de condicionamento para um valor de  $\delta = 0,05$ . Mais uma vez, observa-se o desempenho superior do método CS-NR em relação aos demais métodos.

#### 4.2 Custo Computacional

O tempo médio de execução, em segundos, das técnicas analisadas para  $\delta = 0.05$  é apresentado na Tabela 3. Para evitar a influência de outras atividades computacionais durante os cálculos, cada simulação foi executada 1000 vezes e o tempo de processamento foi calculado como a média dos tempos dessas simulações. Os valores apresentados entre parênteses na tabela representam o tempo médio de CPU da etapa de condicionamento, o qual foi indicado para o método CS-NR1J, mas é o mesmo para todos os métodos.

Da Tabela 3, pode-se observar que o custo computacional adicionado pelo uso da etapa de condicionamento é

Tabela 3. Tempo médio CPU em segundos dos métodos convergentes.

Método	<i>3012wp</i>	<i>3375wp</i>	<i>13659pegase</i>	<i>ACTIVSg70k</i>
<b>HKW</b>	0.2308	0.2514	0.9582	12.5188
<b>HKW1</b>	0.1543	0.1831	0.7394	8.2111
<b>HKW2</b>	0.0466	0.0483	0.3497	4.3396
<b>CS-NR1J</b>	0.0775(0.0411)	0.0845(0.0471)	0.3444(0.2079)	2.4382(1.4244)
<b>CS-NR</b>	0.1182	0.1225	0.7640	5.1955
<b>CS-HKW</b>	0.2255	0.2547	1.0418	6.7826
<b>CS-HKW1</b>	0.1765	0.1992	0.7990	5.1605
<b>CS-HKW2</b>	0.0867	0.0962	0.5162	2.7471

consideravelmente baixo. Além disso, a etapa de condicionamento também fornece condições que permitem usar a versão congelada da matriz jacobiana no método NR, a qual possui custo computacional menor do que o método CS-NR. Este fato é reforçado, por exemplo, considerando a versão congelada do método CS-HKW, o CS-HKW2, que, apesar de também exigir um alto número de iterações, apresenta baixo custo computacional. Os métodos que não realizam o congelamento da matriz jacobiana, geralmente, convergem com menos iterações, como mostrado na Tabela 2, mas demandam uma carga computacional maior.

#### 4.3 Influência do Nível de Carregamento

Nesta subseção, o nível de carregamento dos sistemas estudados foi aumentado para verificar o desempenho dos métodos quanto a este aspecto. O objetivo principal do cenário de carregamento limite é validar os solucionadores de FC próximo ao ponto de máximo carregamento. Para isso, foi utilizado um fator de escala  $\lambda$  para aumentar as potências ativa e reativa injetadas nas barras  $P_i^{sp} = \lambda P_i^{sp}$  para barras PQ e PV, e  $Q_i^{sp} = \lambda Q_i^{sp}$  para barras PQ. O parâmetro  $\lambda$  foi aumentado progressivamente até a quarta casa decimal até que todos os métodos considerados falhassem. Então, o valor imediatamente inferior de  $\lambda$  foi considerado para as simulações. Os resultados em termos de número de iterações para os métodos de estudo e as condições citadas são apresentados na Tabela 4. Foi estabelecido um número máximo de 50 iterações para a convergência dos métodos. Como pode ser observado, os métodos CS-NR1J, CS-HKW2 e HKW2 falham em obter a solução do PFC até a 50ª iteração. Isso pode ser explicado pelo congelamento da matriz jacobiana nesses métodos.

Tabela 4. Número de iterações necessárias para condições de carregamento pesado.

Método	3012wp $\lambda = 1.2734$	3375wp $\lambda = 1.1586$	13659pegase $\lambda = 1.0017$	ACTIVSg70k $\lambda = 1.0040$
<b>HKW</b>	13	13	11	17
<b>HKW1</b>	13	13	11	17
<b>HKW2</b>	X	X	X	X
<b>CS-NR1J</b>	X	X	X	X
<b>CS-NR</b>	10	10	7	8
<b>CS-HKW</b>	12	12	9	10
<b>CS-HKW1</b>	12	12	9	10
<b>CS-HKW2</b>	X	X	X	X

X - divergência

Os métodos CS-NR, CS-HKW, CS-HKW1, por sua vez, são capazes de convergir com diferentes condições de carregamento, apresentando o menor número de iterações em todos os casos, com desempenho superior em relação às abordagens HKW e HKW1. Portanto, foi comprovada a capacidade da metodologia proposta em resolver eficientemente o PFC, mesmo próximo ao ponto de máximo carregamento dos sistemas.

#### 4.4 Limites de potência reativa de geradores

A investigação do desempenho dos métodos quando os limites reativos dos geradores são levados em consideração também é relevante do ponto de vista numérico. Neste estudo, o caso base de carregamento foi investigado considerando o método CS-NR.

Primeiramente, o PFC foi resolvido sem considerar os limites reativos dos geradores. Obtida a solução, foi verificado se algum limite reativo foi violado. Em caso afirmativo, as barras PV que tiveram seus limites de potência reativa violados foram convertidas em barras PQ. Nessas barras convertidas, a potência reativa injetada foi igualada ao respectivo limite violado e, em seguida, o PFC foi executado novamente. Com base nos resultados, os limites operacionais dos geradores foram novamente avaliados. Nesta subseção, por questões de espaço, foram descritos os resultados da simulação apenas para o sistema *case\_ACTIVSg70k* por apresentar maior complexidade que os demais sistemas estudados.

Durante a solução do PFC envolvendo os limites reativos, o sistema de 70.000 barras apresentou cerca de 4.588 limites violados para a primeira iteração. Na segunda iteração, os limites violados foram reduzidos para 700, sendo 422 superiores e 278 inferiores. Na terceira iteração, 200 limites foram violados. Na quarta iteração, as violações foram reduzidas para 11. Finalmente, na quinta iteração, nenhum limite foi violado e a solução com restrições foi obtida.

## 5. CONCLUSÕES

Este artigo propôs uma estratégia para o cálculo da solução do PFC em modelos de sistemas de potência mal-condicionados e de grande porte. A abordagem utilizada é baseada na introdução de uma matriz diagonal substituindo uma pequena perturbação à matriz jacobiana. A inserção é feita apenas na primeira iteração do PFC, porém é suficiente para reduzir o efeito de mal condicionamento associado ao problema numérico. Verificou-se que o resultado alcançado na primeira iteração, com essa

etapa de condicionamento, contribui positivamente para a convergência nas iterações subsequentes dos métodos iterativos. Além do método de NR tradicional, foram investigadas ações para fins de comparação de desempenho com o método HKW e duas de suas variantes.

A avaliação da técnica proposta foi realizada com base em simulações em sistemas de grande porte mal-condicionados de 3012, 3375, 13.659 e 70.000 barras. Testes adicionais foram realizados considerando o sistema: a) com um ponto de operação próximo ao ponto de carregamento máximo; e b) com limites de potência reativa em geradores. Mesmo nestes casos, a metodologia proposta apresentou sucesso no cálculo da solução do PFC. Ressalte-se que o método clássico de NR apresentou divergência para todas as simulações realizadas, sem a etapa de condicionamento da primeira iteração, e utilizando estimativa *flat start*.

## REFERÊNCIAS

- de Oliveira, L.N. e Freitas, F.D. (2021). Computational Impacts of Freezing the Jacobian Matrix in the HKW Method for Power Flow Applied to Ill-Conditioned Systems. In *2021 Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS)*, 1–6. doi:10.1109/WCNPS53648.2021.9626286.
- Golub, G.H. e Van Loan, C.F. (1996). *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, USA.
- Kundur, P. (2007). *Power System Stability and Control*. CRC Press New York, NY, USA.
- Milano, F. (2009). Continuous Newton’s Method for Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(1), 50–57. doi:10.1109/TPWRS.2008.2004820.
- Milano, F. (2019). Implicit Continuous Newton Method for Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(4), 3309–3311.
- Pan, Z., Wu, J., Ding, T., Liu, J., Wang, F., e Tong, X. (2019). Load flow calculation for droop-controlled islanded microgrids based on direct Newton-Raphson method with step size optimisation. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 14(21), 4775–4787. doi:10.1049/iet-gtd.2019.1722.
- Tang, K., Dong, S., Mao, H., Chen, Y., e Nan, B. (2021). Parallel-Levenberg-Marquardt-Method-Based Power Flow Algorithm for Large-scale Ill-conditioned Systems With GPU-CPU Framework. In *2021 IEEE Power Energy Society General Meeting, Virtual Event*, 1–5. doi:10.1109/PESGM46819.2021.9637901.
- Tostado-Véliz, M., Kamel, S., e Jurado, F. (2020). An efficient power-flow approach based on Heun and King-Werner’s methods for solving both well and ill-conditioned cases. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 119, 105869. doi:10.1016/j.ijepes.2020.105869.
- Zeng, L. e Chiang, H.D. (2022). Multiple Power Flow Solutions due to PV-PQ Switching and Their Properties. In *IEEE Power Energy Society General Meeting, Denver, CO, USA*, 1–5.
- Zimmerman, R.D., Murillo-Sanchez, C.E., e Thomas, R.J. (2011). MATPOWER: Steady-state Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1), 12–19.