

DMC filtrado aplicado ao controle de sistemas sujeitos a referências variantes no tempo ^{*}

Bruno Schettini Soares Pereira ^{*,**} Tito Luís Maia Santos ^{*}

^{*} Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia, BA (*brschettini@gmail.com*, *tlsantos@ufba.br*).

^{**} Departamento de Robótica, SENAI CIMATEC, BA

Abstract: The Model Predictive Control (MPC) strategies are well-known for their ability to naturally handle future reference information. However, in the presence of time-varying references, mitigating the reference tracking error may require potentially aggressive MPC tuning in the context of control effort. The Dynamic Matrix Control (DMC) is widely used due to the convolutional model, which is directly defined from the step response. The inherent robustness of the original DMC is defined by the same design parameters that define the reference tracking performance. In this work, the filtered DMC is used to balance the trade-off between tracking error performance and robustness/noise attenuation properties. A simulation example based on the temperature control of an NTC sensor and an experimental case study are used to illustrate the benefits of the filtered DMC in the context of tracking error in the presence of time-varying references.

Resumo: As estratégias de controle preditivo são conhecidas por sua capacidade de lidar naturalmente com informações de referências futuras. Por outro lado, na presença de referências variantes no tempo, a redução do erro de seguimento de referência demanda uma sintonia potencialmente agressiva no contexto do esforço de controle. O controle preditivo por matriz dinâmica, também conhecido pelo acrônimo DMC, é uma estratégia amplamente disseminada por utilizar um modelo convolucional baseado na resposta ao degrau do sistema. Em sua formulação original, o comportamento robusto depende dos mesmos parâmetros de sintonia que definem o desempenho de seguimento de referência. Neste trabalho, o DMC filtrado será utilizado no seguimento de trajetórias variantes com o objetivo de melhorar o compromisso entre erro de seguimento de referência e robustez/atenuação de ruído de altas frequências. Um exemplo de simulação do controle de temperatura de um sensor do tipo NTC e um estudo de caso experimental serão usados para ilustrar a importância do DMC filtrado no contexto do seguimento de referências variantes no tempo.

Keywords: Model Predictive Control; Data-Driven Control; Reference Tracking; Robustness; Noise Attenuation

Palavras-chaves: Controle Preditivo; Controle Baseado em Dados; Seguimento de Referência; Robustez; Atenuação de Ruído

1. INTRODUÇÃO

O Controle Preditivo por Matriz Dinâmica (Cutler and Ramaker, 1980), também conhecido como *Dynamic Matrix Control* (DMC), teve um impacto significativo na indústria de controle de processos desde o início de sua utilização (Qin and Badgwell, 2003). Sua formulação baseada em programação quadrática (Garcia and Morshedi, 1986), também conhecida pelo acrônimo QDMC, vem sendo utilizada em aplicações recentes devido ao desempenho satisfatório na presença de restrições e ao avanço nos algoritmos de programação quadrática. Por sua vez, o DMC-*plus* é uma variante que permite considerar múltiplos níveis de otimi-

zação e objetivos econômicos, entre outros avanços (Qin and Badgwell, 2003).

Os algoritmos de controle preditivo do tipo DMC e suas variantes são úteis na prática, pois utilizam um modelo convolucional baseado em dados (Xu et al., 2020). Para descrever o modelo de predição, é necessário apenas a sua resposta ao degrau, o que simplifica o processo de identificação em aplicações industriais. Alguns trabalhos recentes ilustraram a efetividade do MPC em aplicações práticas (Klopot et al., 2018; Zhang et al., 2021; Fernandes et al., 2020; Peccin et al., 2022; Shi et al., 2022). É importante destacar que as estratégias de controle baseadas em dados têm recebido grande destaque acadêmico, motivado pelo Lema fundamental de William e pela teoria de sistemas comportamentais (Willems et al., 2005; Markovsky and Dorfler, 2021).

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - projeto [308741/2021-8].

As estratégias de controle preditivo permitem incorporar a referência futura de maneira natural no problema de otimização (Camacho and Alba, 2013; Valencia-Palomo et al., 2014). Não obstante, a inclusão da ação integral de maneira implícita pode resultar um desempenho insatisfatório de seguimento de referência na presença de objetivos variantes no tempo (Satoh et al., 2019). A sintonia do controlador preditivo com ação integral implícita cumpre um papel fundamental no seguimento de referências variantes, pois o modelo de predição e a função custo são originalmente estabelecidas sob a hipótese do seguimento de referências constantes. Controladores com ganhos elevados permitem reduzir o erro de seguimento de referências variantes, mas as margens de robustez e a atenuação do ruído de alta frequência podem ser severamente comprometidos.

O DMC filtrado (FDMC) permite lidar com o compromisso entre robustez e rejeição de perturbação sem afetar o desempenho nominal (Lima et al., 2016). Desta maneira, ganhos de malha podem ser reduzidos sem comprometer o problema de seguimento de referência na ausência de incertezas. Esta liberdade adicional é particularmente importante nos casos em que sintonias agressivas são demandadas para alcançar erros de seguimento de referência reduzidos.

Neste trabalho, o DMC filtrado será usado para lidar com o problema de seguimento de referência variante. O FDMC permite lidar com restrições e otimizar o desempenho de seguimento de referência através de um modelo baseado em resposta ao degrau ao passo que o filtro adicional (Lima et al., 2016) aumenta a liberdade no contexto da sintonia robusta, permitindo ajustes com desempenho nominal melhorado. Resultados de simulação e um resultado experimental, baseados no controle de temperatura de um sensor termorresistivo, serão apresentados para ilustrar os benefícios da abordagem filtrada no contexto em questão.

O trabalho será organizado da seguinte forma. Na Seção 2, revisita-se a fundamentação teórica; na Seção 3, discute-se a importância da abordagem filtrada na presença de referências variantes; na Seção 4, apresenta-se o estudo de caso; e na Seção 5, são expostos os comentários finais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção será apresentado a fundamentação teórica do controlador DMC e sua versão filtrada FDMC. Assume-se um sistema com p entradas de controle ($u(k) \in \mathbb{R}^p$) e q saídas ($y(k) \in \mathbb{R}^q$).

A resposta ao degrau aplicada em torno do equilíbrio a partir do instante $k = 0$ a uma entrada $r \in [1, \dots, p]$ é descrita por \mathbf{g}_k^r , sendo $\mathbf{g}_k^r = [g_k^{1,r} \dots g_k^{n,r}]^\top$, tal que $g_j^{l,r}$ representa o efeito do degrau aplicado à entrada r na saída $l \in [1, \dots, q]$, medido no instante $j \geq 0$.

A saída do modelo convolucional em torno de um equilíbrio $y_{eq,l}$ é descrita por

$$\bar{y}_l(k) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k-i), \quad (1)$$

sendo $\Delta u_r(k-i) = u_r(k-i) - u_r(k-i-1)$ o incremento de controle da entrada r no instante $k-i$, dado que o vetor $\Delta u(k-i) = [\Delta u_1(k-i) \dots \Delta u_r(k-i) \dots \Delta u_q(k-i)]^\top$ e $\bar{y}_l(k)$

representa a saída nominal (sem perturbação) esperada para $y_l(k)$ dado o efeito da entrada r .

Devido ao princípio da superposição, a saída nominal (sem perturbação) é definida por

$$\bar{y}_l(k+j|k) = \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i). \quad (2)$$

O erro de predição no instante k pode ser definido por $\eta_l(k) = y_l(k) - \bar{y}_l(k)$. Assim, uma predição candidata corrigida, assumindo erro de predição constante, é dada por

$$y_l^c(k+j|k) = \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i) + \eta_l(k), \quad (3)$$

sendo que η_l pode ser alternativamente definida por $\eta_l(k) = y_l(k) - \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k-i)$. Reescrevendo a predição candidata, chega-se a

$$\begin{aligned} y_l^c(k+j|k) &= \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^j g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i) \\ &\quad + \sum_{r=1}^m \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i) \\ &\quad - \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\infty} g_i^{l,r} \Delta u_r(k-i) + y_l(k) \\ &= \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^j g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i)}_{\text{Resposta Forçada}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\infty} (g_{j+i}^{l,r} - g_i^{l,r}) \Delta u_r(k-i)}_{\text{Resposta Livre}} + y_l(k). \end{aligned} \quad (4)$$

Uma vez que o somatório infinito não é útil para aplicações práticas, assume-se que o sistema é estável em malha aberta tal que $(g_{j+i}^{l,r} - g_i^{l,r}) \approx 0$ para $j \geq \tilde{N}_{l,r}$, sendo $\tilde{N}_{l,r}$ um horizonte de truncamento suficientemente longo. Assim, as predições do DMC são dadas por

$$\begin{aligned} \hat{y}_l(k+j|k) &= \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^j g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i)}_{\text{Resposta Forçada}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\tilde{N}_{l,r}} (g_{j+i}^{l,r} - g_i^{l,r}) \Delta u_r(k-i)}_{\text{Resposta Livre}} + y_l(k). \end{aligned} \quad (6)$$

Alternativamente, $\mathcal{Y}(k) = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathcal{G}\Delta\mathcal{U}(k) + \mathbf{1}y(k)$ com $\mathcal{Y}(k) = [\hat{y}(k+1|k)^\top \dots \hat{y}(k+N|k)^\top]^\top$, $\Delta\mathbf{u}(k) = [\Delta u(k|k)^\top \dots \Delta u(k+N_u-1|k)^\top]^\top$, $\mathbf{1}y(k) = [\hat{y}(k)^\top \dots \hat{y}(k)^\top]^\top$ e $\Delta\mathcal{U}_k = [\Delta u(k-1)^\top \dots \Delta u(k-\tilde{N}_{\max})^\top]^\top$, sendo N o horizonte de predição, N_u o horizonte de controle e $\tilde{N}_{\max} = \max_{l=1, \dots, q, r=1, \dots, p}(\tilde{N}_{l,r})$.

O algoritmo do DMC é obtido através da minimização de problema de otimização definido pelas referências futuras ($y_r(k+j)$), pelos incrementos de controle passados

$(\Delta \mathcal{U}(k))$, pelas matrizes de ponderação ($R > 0$ e $Q \geq 0$) e pelos conjuntos de restrições convexas (\mathbb{Y} , \mathbb{U} e $\Delta \mathbb{U}$), resultando nos sinais de incrementos de controles futuros ($\Delta \mathbf{u}(k)$), tal como segue:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}} \sum_{j=1}^N \|y_r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 \quad (7a)$$

$$\text{s.a. } \mathcal{Y}(k) = \mathcal{G}\Delta \mathcal{U}(k) + \mathbf{1}y(k) + \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k), \quad (7b)$$

$$\hat{y}(k+j|k) \in \mathbb{Y}, \quad j \in \mathbb{N}_{[1,N]}, \quad (7c)$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U}, \quad j \in \mathbb{N}_{[0,N_u-1]}, \quad (7d)$$

$$\Delta u(k+j|k) \in \Delta \mathbb{U}, \quad j \in \mathbb{N}_{[0,N_u-1]}, \quad (7e)$$

O problema de otimização apresentado em (7) é ponderado pelos erros futuros e pelo esforço de controle, sob o efeito dos parâmetros Q e R , respectivamente. A cada instante de amostragem, obtém-se a solução ótima dada por $\Delta \mathbf{u}^*(k) = [\Delta u^*(k|k)^\top \dots \Delta u^*(k+N_u-1|k)^\top]^\top$ e define-se $u(k) = \Delta u^*(k|k) + u(k-1)$, repetindo-se todo o problema de otimização no próximo instante devido ao princípio do horizonte deslizante.

2.1 DMC filtrado

O DMC filtrado surgiu como uma alternativa para melhorar o compromisso entre robustez e desempenho regulatório. Posteriormente demonstrou-se que este pode ser usado para estabilizar a predição do modelo convolucional no caso de processos instáveis em malha aberta.

De maneira simplificada, o DMC filtrado utiliza-se de uma versão filtrada de $\eta_l(k)$, representada por $\tilde{\eta}_l(k) = \mathcal{Z}^{-1}\{F_l(z)\mathcal{Z}\{\eta_l(k)\}\}$. Neste trabalho, apenas o caso estável será considerado com vistas a lidar com o compromisso entre desempenho regulatório e robustez. Portanto, a predição passa a ser definida por

$$\begin{aligned} \hat{y}_l(k+j|k) &= \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^j g_i^{l,r} \Delta u_r(k+j-i)}_{\text{Resposta Forçada}} \\ &+ \underbrace{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{\tilde{N}_{l,r}} (g_{j+i}^{l,r} - \check{g}_i^{l,r}) \Delta u_r(k-i) + \check{y}_l(k)}_{\text{Resposta Livre}}, \end{aligned} \quad (8)$$

em que $\check{g}_i^{l,r}$ e $\check{y}_l(k)$ são respectivamente os valores filtrados de $g_i^{l,r}$ e $y_l(k)$. Neste caso, o DMC filtrado é dado por

$$\min_{\Delta \mathbf{u}} \sum_{j=1}^N \|y_r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2 \quad (9a)$$

$$\text{s.a. } \mathcal{Y}(k) = \tilde{\mathcal{G}}\Delta \mathcal{U}(k) + \mathbf{1}\check{y}(k) + \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k), \quad (9b)$$

$$\hat{y}(k+j|k) \in \mathbb{Y}, \quad j \in \mathbb{N}_{[1,N]}, \quad (9c)$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U}, \quad j \in \mathbb{N}_{[0,N_u-1]}, \quad (9d)$$

$$\Delta u(k+j|k) \in \Delta \mathbb{U}, \quad j \in \mathbb{N}_{[0,N_u-1]}. \quad (9e)$$

3. DMC FILTRADO PARA SEGUIMENTO DE REFERÊNCIAS VARIANTES

O problema da sintonia de controladores com ação integral implícita sujeitos a referências variantes no tempo pode ser interpretado pela subdivisão da função custo $J(k) = \sum_{j=1}^N \|y_r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2$ em duas parcelas: (i) $J_{\Delta u}(k) = \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2$ e (ii) $J_e(k) = \sum_{j=1}^N \|y_r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)\|_Q^2$. O objetivo $J_{\Delta u}(k)$ demanda uma minimização do controle, atingindo seu mínimo com $\|\Delta u(k+j|k)\| = 0$, $j \in \mathbb{N}_{[0,N_u-1]}$. Em outras palavras, a minimização de $J_{\Delta u}(k)$ requer a convergência para um ponto de equilíbrio fixo no caso de sistemas estáveis. Por outro lado, a minimização de $J_e(k)$ demanda que as variáveis de decisão sejam otimizadas com vistas a alcançar $\|y_r(k+j) - \hat{y}(k+j|k)\| = 0$, $j \in \mathbb{N}_{[1,N_u]}$. Portanto, o custo $J_e(k)$ impõe um objetivo que requer incrementos de controle variantes na presença de referências futuras móveis. Em resumo, $J_e(k)$ e $J_{\Delta u}(k)$ são objetivos conflitantes, o que não ocorre em regime permanente durante o seguimento de uma referência constante. Como consequência do Princípio do Modelo Interno, na ausência do modelo de referência futura no contexto dos modos internos, o erro de seguimento de referência dependerá do ganho do controlador preditivo. Este ganho é definido pelos parâmetros de sintonia e, em particular, pela relação entre a matriz Q e a matriz R .

As matrizes Q e R são pesos que permitem escalar objetivos conflitantes com o mesmo custo. Caso $Q \gg R$, de forma que $J_e(k) \gg J_{\Delta u}(k)$, então o problema de minimização do erro vai dominar o objetivo de minimização. Nesse caso, o controle preditivo DMC pode proporcionar resultados adequados de seguimento de referências variantes, mesmo na ausência do modelo interno. No entanto, essa estratégia proporciona ganhos de malha potencialmente elevados, o que tende a comprometer o desempenho robusto e pode amplificar o ruído de medição a patamares indesejáveis. O DMC original não possui um grau de liberdade adicional para lidar com a redução dos ganhos de malha, ao contrário de outras estratégias de controle preditivo. Neste sentido, o FDMC (Lima et al., 2016) surge como uma alternativa para lidar com referências variantes, pois o filtro do erro de predição permite modificar o comportamento robusto sem comprometer a resposta nominal. A análise de robustez do FDMC já foi apresentada de maneira detalhada em trabalhos anteriores (Lima et al., 2016; Santos and Normey-Rico, 2022). Na sequência, será realizada uma discussão do papel do filtro do erro de predição na presença de ruído de medição, o que não foi analisado nos trabalhos anteriores.

3.1 Análise do filtro do erro de predição na presença de ruído

Neste ponto da discussão, cabe enfatizar que o FDMC é uma generalização do DMC. Caso $F_l(z) = 1$ por definição, logo $\tilde{\eta}_l(k) = \eta_l(k)$ tal que o FDMC recai no DMC. Neste sentido, o impacto do ruído no FDMC será analisado diretamente.

Inicialmente, são definidas as matrizes aumentadas $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{q \times qN}$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{pN_u \times pN_u}$ como seguem

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0_{q,q} & \dots & 0_{q,q} \\ 0_{q,q} & Q & \dots & 0_{q,q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{q,q} & 0_{q,q} & \dots & Q \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R & 0_{p,p} & \dots & 0_{p,p} \\ 0_{p,p} & R & \dots & 0_{p,p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{p,p} & 0_{p,p} & \dots & R \end{bmatrix}, \quad (10)$$

em que $0_{m,m}$ é uma matriz nula com m linhas e m colunas. O vetor de referências futuras será representado por $\mathcal{Y}_r(k) = [y_r(k+1) \dots y_r(k+N)]^\top$. Então, o custo do FDMC pode ser representado por

$$J(k) = (\mathcal{Y}_r(k) - \mathcal{Y}(k))^\top \mathbf{Q} (\mathcal{Y}_r(k) - \mathcal{Y}(k)) + \Delta \mathbf{u}(k)^\top \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \quad (11)$$

Para obter a solução analítica no caso sem restrições, substitui-se $\mathcal{Y}(k) = \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}(k) + \tilde{\mathcal{G}} \Delta \mathcal{U}(k) + \mathbf{1} \tilde{y}(k)$ em (11), deriva-se com relação a $\Delta \mathbf{u}(k)$ e iguala-se a zero. Assim chega-se à lei dada por

$$\Delta \mathbf{u}^*(k) = \mathbf{K} (\mathcal{Y}_r(k) - \tilde{\mathcal{G}} \Delta \mathcal{U}(k) - \mathbf{1} \tilde{y}(k)) \quad (12)$$

com $\mathbf{K} = (\mathbf{G}^\top \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^\top \mathbf{Q}$. Considerando-se apenas as p linhas iniciais de \mathbf{K} com $\mathcal{K} = [I_q \ 0_{q,q} \ \dots \ 0_{q,q}]$, \mathbf{K} é então interpretada por $(\Delta u(k) = \Delta u^*(k|k))$

$$\Delta u(k) = \mathcal{K} (\mathcal{Y}_r(k) - \tilde{\mathcal{G}} \Delta \mathcal{U}(k) - \mathbf{1} \tilde{y}(k)). \quad (13)$$

Para concluir a análise sobre o impacto do ruído de medição na presença do filtro de robustez, considera-se que a saída medida ($y(k)$) é composta pela grandeza sem ruído ($y^*(k)$) e o sinal que define ruído de medição ($\xi(k)$) tal que

$$y(k) = y^*(k) + \xi(k). \quad (14)$$

Por se tratar de filtros lineares ($F_l(z)$), sabe-se que

$$\tilde{y}(k) = \tilde{y}^*(k) + \tilde{\xi}(k), \quad (15)$$

sendo $\tilde{y}^*(k)$ a grandeza sem ruído filtrada e $\tilde{\xi}(k) = [\tilde{\xi}_1(k) \ \dots \ \tilde{\xi}_q(k)]$ obtido com $\tilde{\xi}_l(k) = \mathcal{Z}^{-1}\{F_l(z)\mathcal{Z}\{\xi_l(k)\}\}$. Desta forma, a lei de controle FDMC sem restrições ativas pode ser reescrita como

$$\Delta u(k) = \mathcal{K} (\mathcal{Y}_r(k) - \tilde{\mathcal{G}} \Delta \mathcal{U}(k) - \mathbf{1} \tilde{y}^*(k)) - \mathcal{K} \tilde{\xi}(k). \quad (16)$$

A lei de controle FDMC, apresentada na Eq. (16) permite observar que o efeito do ruído no incremento de controle é dado diretamente por $-\mathcal{K} \tilde{\xi}(k)$ no caso sem restrições. Controladores de ganho elevado repercutem diretamente na amplificação do efeito do ruído de medição com relação ao incremento de controle. No caso sem filtro (DMC), observa-se $\tilde{\mathcal{G}} \rightarrow \mathcal{G}$, $\tilde{y}^*(k) \rightarrow y^*(k)$ e $\tilde{\xi}(k) \rightarrow \xi(k)$ tal que não há grau de liberdade para lidar com o efeito de $\xi(k)$. Nesta formulação sem filtro, a realimentação de $-\mathcal{K} \tilde{\xi}(k)$ pode causar problemas consideráveis de amplificação de ruído caso os ganhos de \mathcal{K} sejam elevados.

Na versão filtrada, filtros passa-baixas podem atenuar ruídos de alta frequência sem comprometer a estimação do erro de modelagem das médias e baixas frequências. São utilizados filtros com ganho estático unitário $F_l(1) = 1$ para não alterar o nível constante (nível D.C.) do erro de predição, preservando as propriedades de rejeição de perturbação constante. Filtros passa-baixas de primeira ordem na forma $F_l(z) = \frac{(1-\alpha)z}{z-\alpha}$ com $\alpha \in (0, 1)$ são alternativas simples que podem proporcionar bons resultados. A largura de banda em tempo discreto é definida diretamente por α . Em particular, $\alpha = 0$ proporcionaria o DMC sem filtro visto que $F_l(z) = \frac{z}{z} = 1$. Detalhes de implementação

do FDMC podem ser encontrados em trabalhos relacionados (Lima et al., 2016).

Cabe enfatizar que filtros com larguras de banda excessivamente estreitas potencialmente atenuam informações de médias e baixas frequências a patamares indesejados, o que pode degradar o desempenho regulatório, comprometendo o seguimento de referência na presença de erros de modelagem significativo. Neste sentido, o ajuste do filtro deve seguir o princípio da parcimônia com o intuito de acomodar a atenuação de altas frequências sem prejudicar as respostas de médias e baixas frequências.

4. ESTUDO DE CASO

O caso a ser estudado trata-se do controle de temperatura de um sensor termorresistivo do tipo NTC (Negative Temperature Coefficient). Este é um sistema não linear no qual a temperatura do sensor é regulada variando-se a potência dissipada no mesmo. Esses sensores são usados para medir grandezas variadas, como temperatura, velocidade de fluido e radiação solar. Na configuração com um sensor, a temperatura do NTC é propositalmente variada de tal maneira que a informação da diferença de grandezas é usada para estimar a medida de interesse, o que proporciona uma referência variante no tempo nos casos de sensores controlados digitalmente.

O modelo dinâmico que relaciona a potência dissipada e a temperatura do sensor NTC pode ser descrito como segue

$$SH(t) + P_s(t) = G_{th}(T_s(t) - T_a(t)) + C_{th} \frac{dT_s(t)}{dt}, \quad (17)$$

sendo $T_s(t)$ e $T_a(t)$ as temperaturas do sensor e do ambiente, respectivamente, $P_s(t)$ representa a potência do sensor, $G_{th}(T_s(t) - T_a(t))$ descreve a potência dissipada para o meio. Neste modelo, G_{th} é a constante de dissipação, $SH(t)$ representa o efeito da irradiação externa, enquanto C_{th} descreve a capacidade térmica do sensor. A potência dissipada pode ser definida por $P_s(t) = R_s(t)I_s(t)^2$, sendo $R_s(t)$ a resistência do sensor e $I_s(t) = v(t)/R_{en}$ uma fonte de corrente regulada pela tensão $v(t)$.

Para fins de controle de temperatura, considera-se $u(t) = v(t)^2 - \bar{v}^2$ e $y(t) = T_s(t) - \bar{T}$. As simulações foram realizadas assumindo $A = 0.004625 \ \Omega$, $B = 3988 \ K$, $C_{th} = 22.5 \ mJ/K$, $\bar{G}_{th} = 1.5 \ mW/K$, $R_{en} = 3.3 \ K\Omega$ por se tratar de parâmetros de um sistema já existente (de J. Souza and Santos, 2020). Assume-se $SH(t) = 0mW$ e $T_a = 303 \ K$ para fins de simulação. O modelo de resposta ao degrau foi obtido em torno do equilíbrio estabelecido por $\bar{v}^2 = 40 \ V^2$ com degraus de $\pm 5 \ V^2$ aplicados a $u(k)$, sendo utilizado valor médio das respostas ao degrau unitário (normalizada pela variação da entrada). Cabe enfatizar que a resposta ao degrau é obtida a partir da Eq. (17) considerando o caso simulado.

Os parâmetros do DMC e FDMC são $h = 0,5 \ s$ (período de amostragem), $N = 15$, $N_u = 5$, $\tilde{N} = 150$, $Q = 1$, $R = 10^{-2}$ ou $R = 10^{-5}$. Serão testados dois filtros de primeira ordem no caso do FDMC, com $\alpha = 0,6$ e $\alpha = 0,8$, usando $F(z) = \frac{z(1-\alpha)}{z-\alpha}$. É necessário impor a restrição $1 \ V^2 \leq u(t) \leq 100 \ V^2$, pois $v(t) \leq 10 \ V$ é um limitante do sistema, e $1 \ V \leq v(t)$ impõe uma corrente mínima que permite medir a resistência sem prejudicar a relação

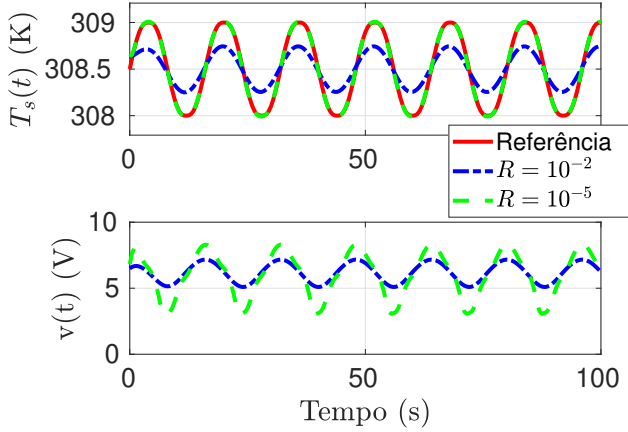


Figura 1. Respostas dos sinais de saída e de controle para sintonias distintas do DMC sem ruído e sem erro de modelagem.

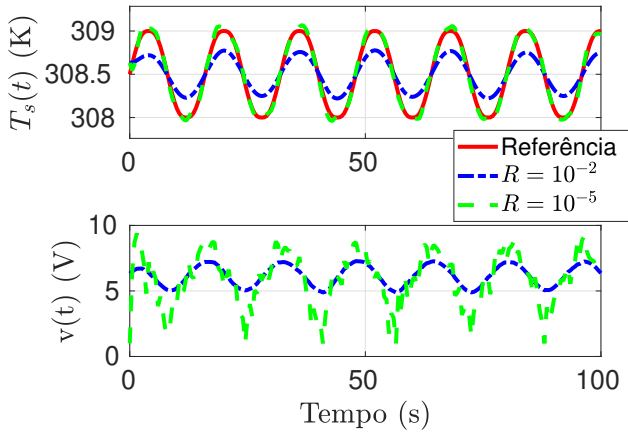


Figura 2. Respostas dos sinais de saída e de controle para sintonias distintas do DMC com ruído e com erro de modelagem.

sinal/ruído (Santos and Santos, 2022). A trajetória do sinal de referência é descrita pela lei de movimento de quinta ordem, conforme apresentado no Apêndice 5.

Os resultados comparativos do DMC sem filtro com $R = 10^{-2}$ e $R = 10^{-5}$ são apresentados na Fig. 1. Observa-se a necessidade de um ajuste de controle agressivo ($R = 10^{-5}$) com o objetivo de reduzir o erro de seguimento de referência. O problema com erro de estimação do atraso (atraso desprezado de 0,3s) e ruído de medição (utilizando o bloco Simulink 10.2 - "Band Limited White Noise" - Potência = 10^{-3} - Semente 1) é apresentado na Fig. 2. Neste caso, $T_s(t)$ é apresentado, mas $T_e(t) = T_s(t) + \epsilon(t)$ é a grandeza realimentada, sendo $\epsilon(t)$ o ruído de medição. Conforme discutido ao longo do presente trabalho, o ajuste agressivo é mais sensível a incertezas e ruído de altas frequências, o que pode ser visualizado através da tensão de entrada ($v(t)$).

O papel do FDMC nesse contexto de referências variantes pode ser observado nas Figs. 3 e 4. O ajuste agressivo foi mantido ($R = 10^{-5}$), mas a o incremento do sinal de controle é suavizado pela inclusão do erro filtrado. Assim,

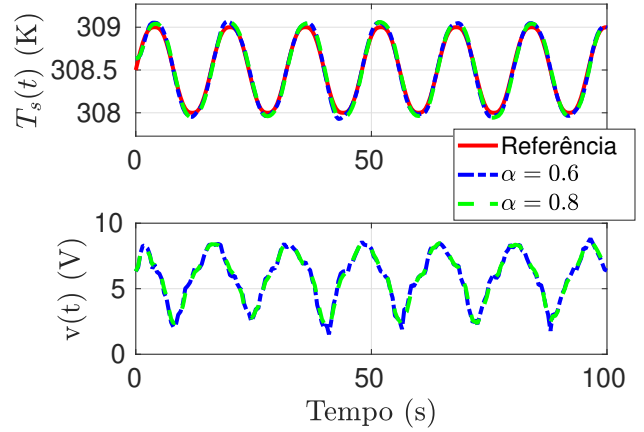


Figura 3. Respostas dos sinais de saída e de controle para sintonias distintas do filtro do FDMC com ruído e com erro de modelagem ($R = 10^{-5}$).

os benefícios da sintonia agressiva podem ser preservados. Dois índices de desempenhos serão utilizados para realizar uma análise mais detalhada, a saber

$$J_{e,sim} = \sum_{k=0}^{200} (y_r(k) - y(k))^2, \quad (18)$$

$$J_{\Delta v,sim} = \sum_{k=0}^{200} \Delta v(k)^2. \quad (19)$$

Estes índices foram escolhidos por serem estabelecidos diretamente no critério de otimização do FDMC.

Ao analisar os resultados com base na Tabela 1, é importante observar que o DMC filtrado permitiu a redução do erro quadrático ($J_{e,sim}$) e da variação da tensão ($J_{\Delta v,sim}$) em comparação com o DMC sem filtro. No entanto, caso a característica passa-baixa do filtro seja muito acentuada (ou seja, a largura de banda seja reduzida), isso tende a provocar uma degradação do desempenho regulatório. Os erros de modelagem serão compensados de forma mais lenta. Por outro lado, é relevante destacar que a sintonia $\alpha = 0,8$ reduziu a variação da tensão, o que pode ser desejável em determinadas aplicações. Esse resultado ilustra o compromisso necessário entre o desempenho regulatório e a capacidade de atenuação de ruído.

Tabela 1. Índices de desempenho.

Índice	Sem Filtro	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
$J_{e,sim}$	0,27	0,24*	0,29
$J_{\Delta v,sim}$	257,1	98,9	80,6*

4.1 Resultado experimental

O caso experimental será utilizado para comparar o DMC e o FDMC com as sintonias anteriores ($R = 10^{-5}$ e $\alpha = 0,6$) para seguimento de referência variante usando apenas o modelo convolucional. Sistemas semelhantes já foram controlados experimentalmente com o DMC em trabalhos relacionados a detecção de falhas com referência constante (Junior et al., 2013). O módulo experimental com o sensor NTC e a fonte de corrente regulada por tensão são apresentados na Fig. 5.

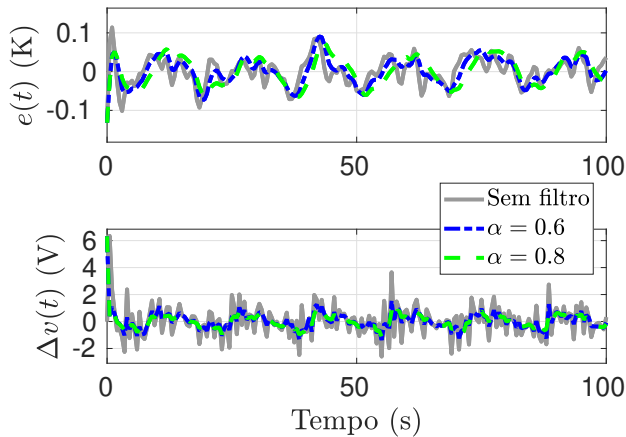


Figura 4. Sinais de erro e de incremento de controle com configurações distintas de filtro ($R = 10^{-5}$).

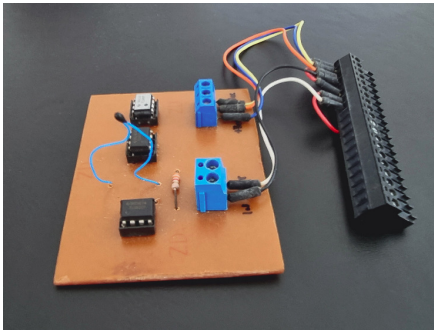


Figura 5. Imagem do módulo experimental de controle de temperatura do sensor do tipo NTC.

Com o objetivo de atenuar ruído de altas frequências sem provocar alteração de fase, a resposta ao degrau experimental média foi filtrada por um média móvel não causal de 5 amostras

$$y_f(k) = \frac{y(k-2) + y(k-1) + y(k) + y(k+1) + y(k+2)}{5} \quad (20)$$

Os coeficientes estimados para implementação do DMC e do FDMC são apresentados na Fig. 6.

Partindo do modelo convolucional, são observados os resultados experimentais apresentados na Fig. 7. Nestes casos, o controle em malha fechada começa após 10 s, quando se altera o modo de operação de manual para automático. Cabe observar que a sintonia DMC proposta não permite a operação continuada devido a um processo de amplificação de erros de modelagem e de ruídos em altas frequências. Por outro lado, o FDMC apresenta um comportamento de malha fechada experimental que se aproxima dos resultados simulados. Os resultados experimentais reforçam as discussões teóricas e as observações dos casos simulados. A grande vantagem do resultado experimental decorre do aparecimento natural dos efeitos dos ruídos, dos erros de modelagem e das perturbações externas durante a identificação da resposta ao degrau, como também visto nos momentos de realização dos testes de controle.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho, avaliou-se o FDMC filtrado como algoritmo de controle preditivo baseado em modelo de dados

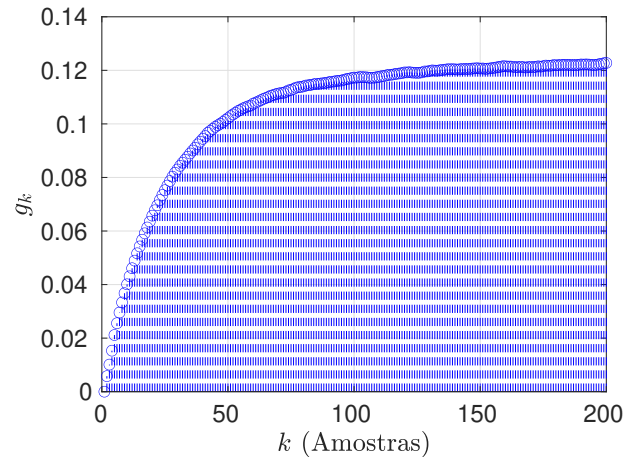


Figura 6. Coeficientes estimados da resposta ao degrau para o modelo convolucional.

para o seguimento de referências variantes. A principal contribuição consiste na utilização do filtro de erro de predição para equilibrar as sintonias capazes de lidar com referências variantes e garantir uma robustez suficiente para lidar com ruídos internos e de medição. O papel do filtro de erro de predição é analisado a partir da solução sem restrições ativas. A avaliação teórica é ilustrada por meio de resultados simulados e experimentais. A generalização para o FDMC no caso instável é um problema potencial para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- Camacho, E.F. and Alba, C.B. (2013). *Model predictive control*. Springer science & business media.
- Cutler, C.R. and Ramaker, B.L. (1980). Dynamic matrix control - a computer control algorithm. In *Proceedings joint automatic control conference*, number 17 in 1, 72.
- de J. Souza, E.L. and Santos, T.L. (2020). Transient compensation for thermistor-based sensors in constant temperature configuration. *Sensors and Actuators A: Physical*, 305, 111920. doi:<https://doi.org/10.1016/j.sna.2020.111920>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424719317121>.
- Fernandes, D., Haque, M.E., Palanki, S., Rios, S.G., and Chen, D. (2020). Dmc controller design for an integrated allam cycle and air separation plant. *Computers & Chemical Engineering*, 141, 107019. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107019>.
- Garcia, C.E. and Morshedi, A. (1986). Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). *Chemical Engineering Communications*, 46(1-3), 73-87. doi:<https://doi.org/10.1080/00986448608911397>.
- Junior, J.R.C., Lima Filho, V.C., Kawakami, R., Galvao, H., and Assunção, E. (2013). Detecção de falhas incipientes de sensor em um processo térmico com controle preditivo tipo dynamic matrix control. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Autômata 2013*, 1-6.
- Klopot, T., Skupin, P., Metzger, M., and Grelewicz, P. (2018). Tuning strategy for dynamic matrix control with reduced horizons. *ISA Transactions*, 76, 145-154. doi:<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.03.003>.
- Lima, D.M., Normey-Rico, J.E., and Santos, T.L.M. (2016). Temperature control in a solar collector field

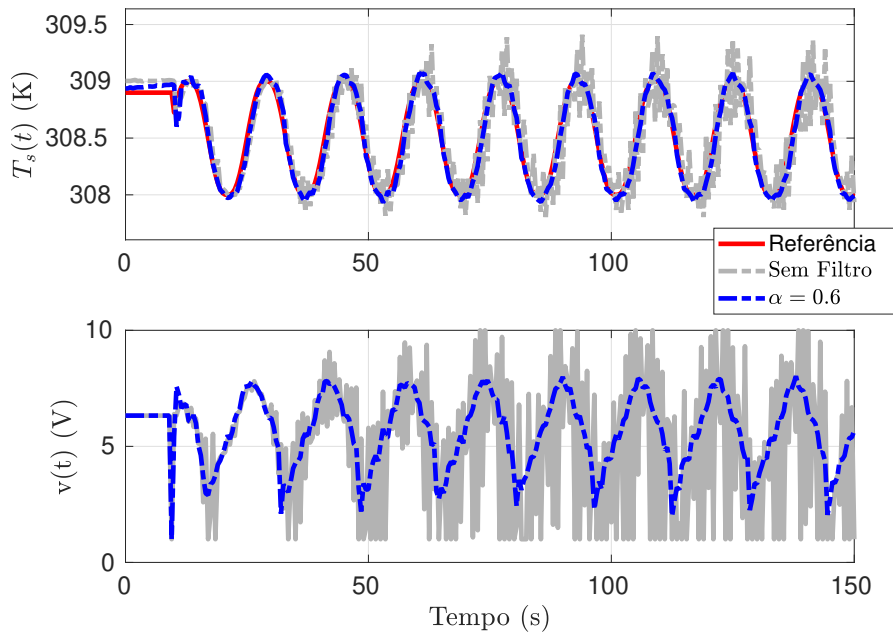


Figura 7. Resultado experimental com respostas comparativas do DMC sem filtro ($\alpha = 0$) e do DMC filtrado ($\alpha = 0.6$).

- using filtered dynamic matrix control. *ISA transactions*, 62, 39–49. doi:<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2015.09.016>.
- Markovsky, I. and Dorfler, F. (2021). Behavioral systems theory in data-driven analysis, signal processing, and control. *Annual Reviews in Control*, 52, 42–64. doi:<https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2021.09.005>.
- Peccin, V.B., Lima, D.M., Flesch, R.C., and Normey-Rico, J.E. (2022). Fast constrained dynamic matrix control algorithm with online optimization. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*. doi:<https://doi.org/10.4995/riai.2022.16619>.
- Qin, S.J. and Badgwell, T.A. (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control engineering practice*, 11(7), 733–764. doi:[https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(02\)00186-7](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(02)00186-7).
- Santos, T.L. and Normey-Rico, J.E. (2022). A generalised dynamic matrix control for unstable processes based on filtered predictions. *ISA Transactions*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2022.11.010>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057822006024>.
- Santos, V.C.V. and Santos, T.L.M. (2022). On the variance propagation of thermistor-based measurements with a digital temperature controller. *Measurement*, 192, 110863. doi:<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.110863>.
- Satoh, T., Saito, N., ya Nagase, J., and Saga, N. (2019). Predictive functional control of an axis positioning system with an estimator-based internal model. *Control Engineering Practice*, 86, 1–10. doi:<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2019.02.006>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066118304441>.
- Shi, Y., Lin, R., Wu, X., Zhang, Z., Sun, P., Xie, L., and Su, H. (2022). Dual-mode fast dmc algorithm for the control of orc based waste heat recovery system. *Energy*, 244, 122664. doi:<https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.122664>.
- Valencia-Palomo, G., Rossiter, J., and López-Estrada, F. (2014). Improving the feed-forward compensator in predictive control for setpoint tracking. *ISA Transactions*, 53(3), 755–766. doi:<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.02.009>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001905781400041X>.
- Willems, J.C., Rapisarda, P., Markovsky, I., and De Moor, B.L. (2005). A note on persistency of excitation. *Systems & Control Letters*, 54(4), 325–329. doi:<https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2004.09.003>.
- Xu, X., Simkoff, J.M., Baldea, M., Chiang, L.H., Castillo, I., Bindlish, R., and Ashcraft, B. (2020). Data-driven plant-model mismatch estimation for dynamic matrix control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 30(17), 7103–7129. doi:<https://doi.org/10.1002/rnc.5162>.
- Zhang, D., Hu, Y., and Gao, Y. (2021). Optimization control of a 330 mw drum boiler unit based on dmc algorithm and deb strategy. *ISA Transactions*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.10.027>.

Apêndice A. REFERÊNCIA - LEI DE MOVIMENTO DE QUINTA ORDEM

A função que descreve a lei de movimento de quinta ordem é dada por

$$f(t) = f_0 + f_3 t^3 + f_4 t^4 + f_5 t^5, \quad 0 \leq t < T_f \quad (\text{A.1})$$

$$f(t) = f_0 + f_3 (T_f - t)^3 + f_4 (T_f - t)^4 + f_5 (T_f - t)^5, \quad T_f \leq t < 2T_f, \quad (\text{A.2})$$

sendo $f_0 = 1$, $f_3 = 10f_0/(T_f^3)$, $f_4 = -15f_0/(T_f^4)$, $f_5 = 6A/(T_f^5)$ e $T_f = 8$ neste problema. Assim, a referência é dada por $y_r(k) = f(kh)$, $0 \leq k < 2T_f/h$ com a periodicidade dada por $y_r(k + N_r) = y_r(k)$ e $N_r = 2T_f/h$.