

Controle Preditivo Não Linear baseado em Dados: Um debate sobre avanços recentes [★]

Marcelo M. Morato ^{*,**} Monica S. Felix ^{**} Julio E. Normey-Rico ^{*}

^{*} Dept. de Automação e Sistemas (DAS), Univ. Fed. de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Brazil.

^{**} Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP (Institute of Engineering Univ. Grenoble Alpes), GIPSA-lab, 38000 Grenoble, France. (marcelomnzm@gmail.com)

Abstract: In this paper, we revisit recent results on trajectory-based data-driven predictive control schemes. In particular, we debate how qLPV embeddings can be used to extend the available tools from the linear to the nonlinear setting. Accordingly, we analyse a wind turbine application, debating the advantages and limitations of such data-driven approaches.

Resumo: Neste artigo, revisitamos resultados recentes sobre controladores preditivos não lineares baseado em trajetória de dados. Especificamente, discutimos como inclusões qLPV podem ser exploradas a fim de extrapolar os resultados disponíveis do caso linear para o não linear. Como principal contribuição, analisamos o caso de uma turbina eólica simulada, debatendo vantagens e limitações da abordagem de controle em voga.

Keywords: Nonlinear Predictive Control; Linear Parameter Varying Systems; Data-driven.

Palavras-chaves: Controle Preditivo Não Linear; Sistemas LPV; Controle baseado em dados.

1. CONTEXTO

Controle preditivo é uma técnica de controle amplamente utilizada para sistemas dinâmicos sujeitos a restrições (Camacho and Bordons, 2013). Considerando o uso de *modelos de predição* (no caso, *Model Predictive Control*, MPC), certificados de estabilidade e desempenho estão teoricamente estabelecidos para uma ampla variedade de configurações e sistemas, como pode ser visto em Limon et al. (2018) e Morato et al. (2023a).

No entanto, recentemente (desde meados de 2019), um interesse acadêmico consistente e coordenado tem sido dado aos chamados algoritmos MPC baseados em dados ¹, por exemplo, (Coulson et al., 2019; Berberich et al., 2022). Assim, neste breve artigo, revisitamos e debatemos esses avanços relevantes, com foco em como dinâmicas não-lineares podem ser consideradas sob incorporações (*embeddings*) quase-Lineares a Parâmetros Variantes (qLPV) (Morato et al., 2023b,c). Nossas principais contribuições são: (1) Nós revisamos os fundamentos teóricos da teoria comportamental e a correspondente representação baseada em dados utilizando trajetórias de entrada-saída, considerando o caso linear invariante no tempo (LIT), derivado do Lema Fundamental de Willems e padronizado desde (Berberich and Allgöwer, 2020). Consequentemente, destacamos as ideias de (Verhoek et al., 2021; Morato et al.,

2023b) e descrevemos como dinâmicas não-lineares também podem ser exploradas dentro da mesma representação sistemática, desde que conhecimento parcial do sistema esteja disponível (regra de incorporação qLPV); (2) Sob essas representações genéricas não-lineares, detalhamos como algoritmos de MPC baseados em dados podem ser projetados, considerando os avanços de (Berberich et al., 2021, 2022; Morato et al., 2023c). Em seguida, como principal novidade, apresentamos um exemplo de implementação para uma turbina eólica sujeita a degradação.

Nota 1. Os arcabouços da representação baseados em dados e o esquema MPC correspondente, apresentados a seguir, *não são* contribuições inovadoras deste trabalho, mas foram formalmente desenvolvidos em (Verhoek et al., 2021; Morato et al., 2023b,c). O objetivo deste trabalho é simplesmente *revisitar* e concatenar uniformemente esses resultados, focando em uma *nova aplicação* (*benchmark*: turbina eólica sujeita a degradação) e no *debate das limitações* da metodologia de dados.

Notação. A matriz identidade de tamanho j é denotada por I_j , enquanto I_{j_i} denota a i -ésima linha de I_j . O complemento ortogonal de uma matriz A é dado por A^\perp . Para um sinal discreto no tempo $v : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^{n_v}$, denotamos por $v(k) \in \mathbb{R}^{n_v}$ cada uma de suas entradas e por $\{v(k)\}_{k=0}^{L-1}$ a sequência correspondente de L amostras, ou, simplesmente, v . Usamos $\text{col}\{v\} := [v(0)^T, \dots, v(L-1)^T]^T$ para a vetorização da coluna v e $\text{diag}\{v\}$ para a matriz diagonal em bloco formada por $\text{col}\{v\}$. O produto de Kronecker é representado por \otimes ; o operador diagonal em bloco correspondente é denotado por \otimes , impondo $(v \otimes I_\xi) = \text{diag}v(0) \otimes I_\xi, \dots, v(L-1) \otimes I_\xi$. Para uma

[★] Agradecemos: CAPES, CNPq (304032/2019–0, 403949/2021–1) e o Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - PRH-ANP, financiado com recursos provenientes do investimento de empresas petrolíferas qualificadas na Cláusula de P, D&I da Resolução ANP nº 50/2015.

¹ Por *baseado em dados*, queremos dizer técnicas que **não requerem** nenhum procedimento de identificação, apenas medições amostradas.

sequência $\{v(k)\}_{k=0}^{L-1}$, temos a matriz Hankel correspondente, para uma janela de N_p entradas, dada por:

$$H_{N_p}(v) := \begin{bmatrix} v(0) & v(1) & \dots & v(L - N_p) \\ v(1) & v(2) & \dots & v(L - N_p + 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(L - 1) & v(L) & \dots & v(N_p - 1) \end{bmatrix}.$$

O valor predito de uma determinada variável $v(k)$ no instante de tempo $k + i$, calculado com base nas informações disponíveis no instante k , é denotado por $v(k + i | k)$. Em particular, $v(k | k) = v(k)$.

2. REPRESENTAÇÃO COMPORTAMENTAL LINEAR

Aqui, recapitulamos o conjunto de ferramentas baseado em dados para a descrição de trajetória de sistemas LIT, descrito por Berberich and Allgöwer (2020).

Definição 1. (Persistência de excitação). Um sinal discreto de L amostras, dado pela sequência $\{u(k)\}_{k=0}^{L-1}$, com $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}, \forall k \geq 0$, é dito persistentemente excitante de ordem N_p se o posto de $H_{N_p}(u) = n_u N_p$.

Teorema 1. (Berberich and Allgöwer (2020)). Considere um sistema LIT discreto controlável com entradas $u \in \mathbb{R}^{n_u}$, estados $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ e saídas $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$, descrito por:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k) + Du(k). \end{cases} \quad (1)$$

Em seguida, assumamos que o conjunto de dados $\{u(k), y(k)\}_{k=0}^{L-1}$ é uma trajetória entrada-saída deste sistema, sendo u um sinal persistentemente excitante de ordem $N_p + n_x$. Portanto, qualquer sequência $\{\bar{u}(k), \bar{y}(k)\}_{k=0}^{N_p-1}$ também é uma trajetória deste sistema, desde que exista $\alpha \in \mathbb{R}^{L-N_p+1}$ tal que:

$$[H_{N_p}(u) \ H_{N_p}(y)] \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}\{\bar{u}\} \\ \text{col}\{\bar{y}\} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

O Teorema 1 em Berberich and Allgöwer (2020) explora a linearidade do espaço vetorial do conjunto de trajetórias LIT e aplica o Lema Fundamental de Willems. Resumidamente, mostra-se como um único dicionário de dados entrada-saída, com deslocamentos temporais adequados, pode servir como base para construir qualquer outra trajetória do mesmo sistema LIT, desde que a entrada seja persistentemente excitante de ordem suficiente.

3. CASO NÃO LINEAR: INCORPORAÇÕES QLPV

A representação baseada em dados do Teorema 1 pode ser usada diretamente para a síntese de um controlador preditivo. Ou seja, a Eq. (2) pode ser estendida para prever a dinâmica futura de um sistema LIT, dado um dicionário de dados (sendo o sinal de entrada persistentemente excitante) e condições iniciais medidas. A seguir, revisamos o ferramental de (Morato et al., 2023b), proposto dinâmicas não lineares, considerando incorporações qLPV e conhecimento parcial do sistema.

Definição 2. (Inclusão diferencial (Morato et al., 2020)). Considere que a seguinte equação à diferenças descreve o comportamento de um sistema não linear discreto:

$$y(k) = f_0(u(k)) + \sum_{i=1}^{n_d} f_i(y(k-i), u(k-i)).$$

Novamente, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ representa as entradas e $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa as saídas do sistema. Dizemos que este sistema *satisfaz uma inclusão diferencial* se existirem $(n_d + 1)$ mapas $D_i(u(k-i), y(k-i)) \subseteq \mathbb{R}^{n_y \times (n_u + n_y)}$ tal que $f_i(\cdot) := D(\cdot)[u(k-i)^T y(k-i)^T]^T$. Assim, podemos reescrever a dinâmica do sistema usando $y(k) + \sum_{i=1}^{n_d} a_i(\rho(k-i))y(k-i) = \sum_{j=0}^{n_b} b_j(\rho(k-j))u(k-j)$, sob o *proxy de agendamento* $\rho(k) := f_\rho(u(k-1), y(k-1)) \in \mathcal{P}, \forall k \geq 0$. É imposto que $n_a, n_b \geq 0, n_d = \max(n_a, n_b)$, sendo $a_i \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ e $b_j \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ coeficientes afins. \mathcal{P} é chamado de *conjunto de agendamento*.

Nós consideramos, especificamente, que os sistemas controlados são não lineares e que, de fato, satisfazem uma certa inclusão diferencial. Portanto, é implícito que exista uma descrição correspondente do proxy de agendamento $f_\rho(\cdot)$ que seja conhecida. Além disso, também assumimos conhecer um limite superior aproximado da ordem do sistema, ou seja, $\nu \geq n_x = (n_a n_y + n_b n_u)$, uma vez que n_x é necessário quantificar a persistência de excitação.

O conhecimento parcial do sistema pode ser sempre inferido por meio de informações fenomenológicas observacionais. Insistimos que considerar o problema do controle orientado por dados aplicado a um sistema completamente desconhecido (tipo *caixa preta*) é algo irrazoável e que conhecimento parcial é geralmente plausível. Um catálogo completo de sistemas não lineares e suas correspondentes incorporações qLPV (com validações experimentais) está disponível em (Hoffmann and Werner, 2014).

Teorema 2. (Morato et al. (2023b)). Considere um sistema não linear que satisfaz uma inclusão diferencial com $\rho(k) = f_\rho(u(k-1), y(k-1))$ e coeficientes a_i e b_i afins em ρ , sendo $f_\rho(\cdot)$ uma função conhecida. Considere um dicionário de dados de entrada-saída amostrados deste sistema $\{u(k), y(k)\}_{k=0}^{L-1}$, sendo o sinal de entrada persistentemente excitante de ordem $N_p + \nu$, com $\nu \geq n_x$. Em seguida, gere o dicionário de dados estendido $\{u(k), \rho(k), y(k)\}_{k=0}^{L-1}$, onde cada $\rho(k) = f_\rho(u(k-1), y(k-1))$, usando $u(-1) = u(0)$ e $y(-1) = y(0)$. Consequentemente, denote $u_\rho = \{\rho(k) \otimes u(k)\}_{k=0}^{L-1}$ e $y_\rho = \{\rho(k) \otimes y(k)\}_{k=0}^{L-1}$. Portanto, qualquer outro conjunto de dados $\{\hat{u}(k), \hat{\rho}(k), \hat{y}(k)\}_{k=0}^{N_p-1}$ também é uma trajetória deste sistema se existir $\alpha \in \mathbb{R}^{L-N_p+1}$ tal que:

$$\begin{bmatrix} H_{N_p}(u) \\ H_{N_p}(u_\rho) \\ H_{N_p}(y) \\ H_{N_p}(y_\rho) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}\{\hat{u}\} \\ \text{col}\{\hat{\rho}\} \\ \text{col}\{\hat{y}\} \\ \text{col}\{\hat{y}_\rho\} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

O Teorema 2 é demonstrado detalhadamente em (Morato et al., 2023b), com uma lógica análoga apresentada em (Verhoek et al., 2021). A ideia principal é que qualquer modelo qLPV pode ser reescrito como um modelo LIT implícito baseado em produtos de Kronecker. Usando $U_\rho(k) := [u(k)^T (\rho(k) \otimes u(k))^T]^T$ e $Y_\rho(k) := [y(k)^T (\rho(k) \otimes y(k))^T]^T$, obtemos: $[I_{n_y} \ 0] Y_\rho(k) = -\sum_{i=1}^{n_a} \tilde{a}_i Y_\rho(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \tilde{b}_i U_\rho(k-i)$; consequentemente, o Teorema 1 pode ser aplicado diretamente.

Dado que consideramos, aqui, a síntese de controle preditivo não linear baseado em dados, utilizamos o Teorema 2 para construir um *preditor*. Especificamente, desde que a condição de excitação persistente seja satisfeita, e dado que a sinal do agendamento esteja disponível e seja conhecido, a seguinte proposição pode ser usada para construir as correspondentes trajetórias de saída futuras ao longo de um horizonte de predição.

Proposição 1. (Morato et al. (2023b)). Considere um sistema não linear que satisfaz uma inclusão diferencial sob $\rho(k) = f_\rho(u(k-1), y(k-1))$, com coeficientes a_i e b_i afins em relação a ρ , sendo $f_\rho(\cdot)$ uma função conhecida. Considere $\{\tilde{u}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$ um dicionário de dados fixo deste sistema, sendo o sinal de entrada persistentemente excitante de ordem $N_p + \nu$, com $\nu \geq n_x$. Gere o dicionário estendido $\{\tilde{u}(i), \tilde{\rho}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$ explorando o proxy de programação $\tilde{\rho}(i) = f_\rho(\tilde{u}(i-1), \tilde{y}(i-1))$. Portanto, seja $\{u(i), \rho(i), y(i)\}_{i=k-\nu}^{k-1}$ outro dicionário de trajetória de entrada-sinal de agendamento-saída (*amostrado*) deste mesmo sistema (chamado de conjunto de dados de condições iniciais, amostrado no instante $k-1$). Finalmente, considere que $\{\hat{u}(i)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$ e $\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$ são dados de entrada e agendamento ao longo de um horizonte futuro de N_p passos, respectivamente. Portanto, desde que $\nu \geq n_x$, existe $\alpha \in \mathbb{R}^{L-N_p+1}$ com $\xi = L - N_p + \nu - 1$ tal que²:

$$\begin{bmatrix} H_\nu(u^\perp) \\ H_\nu(u_\rho^\perp) \\ H_\nu(y^\perp) \\ H_\nu(y_\rho^\perp) \\ H_{N_p}(u) \\ H_{N_p}(u_\rho) - (\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k} \otimes I_{n_u})H_{N_p}(u) \\ H_{N_p}(y_\rho) - (\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k} \otimes I_{n_y})H_{N_p}(y) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}\{\tilde{u}\} \\ \text{col}\{\tilde{u}_\rho\} \\ \text{col}\{\tilde{y}\} \\ \text{col}\{\tilde{y}_\rho\} \\ \text{col}\{\hat{u}\} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Portanto, o comportamento correspondente de saída futura é dado por $\text{col}\{\hat{y}\} = H_{N_p}(y)\alpha$.

A Proposição 1 do artigo (Morato et al., 2023b) é similar em termos algébricos ao preditor LPV baseado em dados das Eqs. (17)-(18) do artigo (Verhoeck et al., 2021). No entanto, a Proposição 1 explora o conhecimento da incorporação qLPV, o que significa que ρ é dado em termos das variáveis de entrada e saída (e não é uma variável exógena). Ressaltamos que esta proposição consiste em combinar um dicionário de dados iniciais $\{\tilde{u}(i), \tilde{\rho}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$ (com L amostras, fixas) com as medidas amostradas do sistema $\{u(i), \rho(i), y(i)\}_{i=k-\nu}^{k-1}$ (das condições iniciais) para prever o comportamento futuro do sistema.

4. CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM DADOS

A seguir, resumimos o esquema de síntese de controle preditivo não linear, baseado em dados, do artigo (Morato et al., 2023c), que se baseia no Teorema 2. Antes de apresentar qualquer detalhe formal, enfatizamos que a aplicação da Proposição 1 requer implicitamente a trajetória de agendamento futura $\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$. No artigo (Morato

² O super-índice \perp denota as seguintes trajetórias compactadas de $L + \nu + 1$ entradas, ordenadas da seguinte forma: $\{\sigma^\perp(i)\} : i = 0^{L-1} = \{\tilde{\sigma}(i)\}_{i=0}^{L-1}$, e $\{\sigma^\perp(i)\}_{i=L}^{L+\nu} = \{\sigma(i)\}_{i=k-\nu}^{k-1}$, ou seja, a combinação dos dados fixos e dos dados amostrados (condições iniciais). Note que σ representa, aqui, u, u_ρ, y e y_ρ .

et al., 2023c), é apresentada uma discussão detalhada sobre esse tema, com um esquema correspondente baseado em uma expansão de Taylor. Aqui, para buscar simplicidade e brevidade, consideramos o mecanismo chamado de *gain-scheduling*, isto é, as predições são feitas considerando que os parâmetros futuros de agendamento são mantidos constantes (*congelados*) ao longo do horizonte, ou seja: $\hat{\rho}(k+i) = \hat{\rho}(k), \forall i \in \mathbb{N}_{[1, N_p-1]}$. Essa hipótese, apesar de impor aproximações, é usualmente empregada na prática; em (Morato et al., 2020), o leitor pode encontrar uma discussão abrangente sobre este tema.

O projeto do algoritmo MPC não linear baseado em dados é detalhado a seguir. Para tal, considere um custo de desempenho quadrático padrão sobre as variáveis de entrada e saída futuras, dado por: $J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}}) = \sum_{i=k}^{k+N_p-1} (\|y(i | k-1) - y_r\|_Q^2 + \|u(i | k-1)\|_R^2)$, sendo Q e R matrizes de ponderação definidas positivas, N_p o tamanho do horizonte de predição, e y_r uma referência de saída em regime permanente. É imposto que $\hat{\mathbf{u}} = \{u(i | k-1)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$ and $\hat{\mathbf{y}} = \{y(i | k-1)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$.

De maneira semelhante ao que é feito no projeto de algoritmos MPC regulares, a contraparte baseada em dados também considera a minimização da função de custo $J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}})$ com relação às restrições e às *predições*, habilitadas por meio da Proposição 1. Também consideramos restrições convexas que definem a admissibilidade do sistema, ou seja: $u \in \mathcal{U}$ e $y \in \mathcal{Y}$ garantem entradas e saídas admissíveis, respectivamente.

Considere o dicionário fixo $\{\tilde{u}(k), \tilde{\rho}(k), \tilde{y}(k)\}_{k=0}^{L-1}$, um conjunto de condições iniciais amostradas $\{u(i), \rho(i), y(i)\}_{i=k-\nu}^{k-1}$ e uma trajetória de programação futura $\{\rho(i)\}_{i=k}^{k+N_p-1}$ (congelada). Então, o esquema de MPC não linear baseado em dados de (Morato et al., 2023c) é baseado na resolução do seguinte problema de programação quadrática restrita (PQR), em cada instante de amostragem k :

$$\alpha^* := \arg \min_{\alpha} J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}}), \text{ sujeito a:} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} H_\nu(u^\perp) \\ H_\nu(u_\rho^\perp) \\ H_\nu(y^\perp) \\ H_\nu(y_\rho^\perp) \\ H_{N_p}(u) \\ H_{N_p}(u_\rho) - (\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k} \otimes I_{n_u})H_{N_p}(u) \\ H_{N_p}(y_\rho) - (\{\hat{\rho}(i)\}_{i=k} \otimes I_{n_y})H_{N_p}(y) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}\{\tilde{u}\} \\ \text{col}\{\tilde{u}_\rho\} \\ \text{col}\{\tilde{y}\} \\ \text{col}\{\tilde{y}_\rho\} \\ \hat{\mathbf{u}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} u(k+j-1 | k-1) &\in \mathcal{U}, \forall j \in \mathbb{N}_{[1, N_p]}, \\ y(k+j-1 | k-1) &\in \mathcal{Y}, \forall j \in \mathbb{N}_{[1, N_p]}, \\ \hat{\mathbf{y}} &= H_{N_p}(y)\alpha. \end{aligned}$$

Seja $J^*(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}})$ a solução ótima da Eq. (4), e α^* a variável de decisão ótima, que garante uma sequência futura de entradas e saídas admissíveis que minimizam o custo de desempenho considerado. Consequentemente, aplicamos a entrada de controle preditiva $u^*(k)$, ou seja, o primeiro elemento da sequência de entrada ótima prevista $\hat{\mathbf{u}}^* = H_{N_p}(u)\alpha^*$. No Algo. 3, resumimos como operacionalizar este método de controle preditivo de dados.

Na formulação do MPC de dados, dada pela Eq. (4), a sequência de entradas futuras não é a variável de decisão de

minimização (como no caso regular, baseado em modelo), mas sim definida implicitamente através do ganho preditor (retangular) α , que garante a validade da representação de trajetória do Teorema 2.

Nota 2. A formulação original apresentada em (Morato et al., 2023c) inclui os chamados *ingredientes terminais* na otimização MPC (um custo de offset, um conjunto terminal e uma lei de feedback terminal). Estes são usados para garantir que a otimização seja recursivamente factível, enquanto se assegura a estabilidade em malha fechada. O requisito básico é que exista um conjunto invariante de controle para a representação do sistema de dados, e que a solução ótima $J^*(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}})$ seja (quadraticamente) limitada por cima. Essas suposições são basicamente as mesmas necessárias para os certificados no contexto baseado em modelo, c.f. (Limon et al., 2018). Essa discussão (e os certificados de desempenho correspondentes) também estão disponíveis em (Berberich et al., 2021), onde argumentos formais são fornecidos para o projeto de ingredientes terminais no caso baseado dados (visando brevidade, não retomamos esse assunto aqui).

Algoritmo 3. (MPC Não-linear baseado em dados).

- Procedimento *offline*:
 - (1) Obter um limite superior aproximado $\nu \geq n_x$;
 - (2) Coletar os dados fixos da trajetória entrada-saída $\{\tilde{u}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$, sob um sinal de entrada persistentemente excitante de ordem suficiente;
 - (3) Gerar o dicionário estendido $\{\tilde{u}(i), \tilde{\rho}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$ usando o proxy de agendamento conhecido $f_\rho(\cdot)$;
 - (4) Definir o objetivo de controle pela escolha das matrizes de ponderação que compõe o custo quadrático $J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}})$.
 - Implementação *online*, a cada instante de amostragem k :
 - (1) Coletar as condições iniciais $\{u(i), \rho(i), y(i)\}_{i=k-\nu}^{k-1}$;
 - (2) Resolver a otimização baseada em dados, obtendo α^* , e aplicar o sinal de controle correspondente $u^*(k)$;
 - (3) Medir as novas saídas disponíveis $y(k)$.
-

5. EXEMPLO, IMPLEMENTAÇÃO E DISCUSSÕES

Levando em consideração o contexto detalhado de representações (não-lineares) baseadas em dados e o respectivo projeto de controlador preditivo, apresentamos, a seguir, a principal contribuição deste trabalho: um exemplo de aplicação para o *benchmark não linear* de uma turbina eólica sujeita a degradação, juntamente com discussões sobre aspectos de implementação e perspectivas gerais.

5.1 Benchmark: Turbina eólica sujeita a degradação

A geração de energia eólica tem crescido exponencialmente nos últimos anos: esse setor tinha (globalmente) uma capacidade instalada de cerca de 90 GW em 2007, que cresceu para quase 600 GW em 2018. As exigências de transição energética levarão esse montante ainda mais longe, considerando o contexto de mudanças e catástrofes climáticas em curso e a prática da *Agenda para 2030*.

Conseqüentemente, consideramos o problema de controle de uma turbina eólica de eixo horizontal (HAWT, na sigla em inglês). O principal problema em relação a esse tópico é, na verdade, como regular a potência de saída gerada e a velocidade de rotação do rotor, ao mesmo tempo em que se diminuam os efeitos relacionados à fadiga mecânica (Collet et al., 2020). Nos ensaios a seguir, nos concentramos especificamente no problema de controle de passo coletivo de uma HAWT, isto é, regular sua velocidade de rotação, apesar da degradação³.

A dinâmica rotacional de uma HAWT é altamente não linear devido aos acoplamentos trigonométricos entre os rotores e, também, variante no tempo, devido a efeitos de degradação que modificam os parâmetros. Essa dinâmica é representada pelo modelo não linear discreto de (Romero et al., 2022), apresentado na Eq. (6), colocado na forma LPV na Eq. (7). Nesse modelo, ω_r é a velocidade do rotor, ω_g é a velocidade do gerador, θ_Δ é o ângulo de torção entre os rotores e u é o torque aplicado (a entrada de controle). Além disso, a perturbação $q(k) := [1, 0, 0]^T \left(\frac{T_s}{J_r} \frac{1}{2} \alpha_v v^2(k) \right)$ representa os efeitos rotacionais (conhecidos) devido ao vento, sendo $v(k)$ o valor amostrado da velocidade do vento. Os efeitos não lineares de amortecimento são incorporados em um termo qLPV, dado da seguinte forma:

$$B_r(\rho(k)) := -T_s \overbrace{\left(\mu_\rho \frac{K_{dt}}{J_r} \theta_\Delta(k) \right)}^{\rho(k) := f_\rho(x(k))}, \quad (5)$$

Consideramos os efeitos da degradação variando os valores dos parâmetros da Eq. (7). Especificamente, usamos os valores iniciais desses parâmetros tal como detalhados em (Romero et al., 2022).

Para aplicarmos o esquema MPC baseado em dados de (Morato et al., 2023c), consideramos a validade da representação baseada em trajetória habilitada pelo Teorema 2. Para tal, considerando que a função de agendamento (ou seja, a Eq. (5)) é *conhecida*, amostramos $L = 250$ medidas entrada-saída do sistema, sob uma entrada de controle de torque persistentemente excitante. Este dicionário de dados de referência é apresentado na Fig. 1.

Conseqüentemente, a Fig. 2 ilustra a aplicação do esquema de predição baseado em dados habilitado pela Proposição 1. Para providenciar as predições baseadas em dados, consideramos, tal como discutido na antecedência, o mecanismo de *gain-scheduling*, ou seja, assumimos que os valores futuros do parâmetro de agendamento permanecerão constantes. Nesta figura, apresentamos uma comparação entre uma a velocidade do rotor do sistema real, emulado com base no modelo da Eq. (7), e sua predição correspondente, baseada somente em dados, considerando um horizonte de previsão de $N_p = 15$ amostras. Evidentemente, a previsão é acurada; o índice RMS do erro de previsão é de 0.65%, indicando precisão.

A seguir, apresentamos principal resultado deste trabalho: a aplicação do esquema MPC baseado em dados para o

³ Por degradação, nos referimos especificamente às variações de modelo relacionadas à fadiga mecânica, discutidas detalhadamente em (Collet et al., 2020).

$$\omega_r(k+1) = \left(1 - \frac{T_s(B_{dt} + B_{r0})}{J_r}\right) \omega_r(k) - T_s \left(\mu_\rho \frac{K_{dt}}{J_r} \theta_\Delta(k)\right) \omega_r(k) + \left(\frac{T_s B_{dt}}{N_g J_r}\right) \omega_g(k) - \left(\frac{T_s K_{dt}}{J_r}\right) \theta_\Delta(k) \quad (6)$$

$$+ \left(\frac{T_s}{J_r}\right) u(k) + \frac{T_s}{J_r} \frac{1}{2} \alpha_v v^2(k),$$

$$\omega_g(k+1) = \left(\frac{T_s \eta_{dt} B_{dt}}{N_g J_g}\right) \omega_r(k) + \left(1 - \frac{T_s \eta_{dt} B_{dt}}{J_g N_g^2} + \frac{T_s B_g}{J_g}\right) \omega_g(k) + \left(\frac{T_s \eta_{dt} K_{dt}}{J_g N_g}\right) \theta_\Delta(k) - \frac{T_s}{J_g} u(k),$$

$$\theta_\Delta(k+1) = T_s \omega_r(k) - \frac{T_s}{N_g} \omega_g(k) + \theta_\Delta(k).$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \omega_r(k+1) \\ \omega_g(k+1) \\ \theta_\Delta(k+1) \end{bmatrix}}_{x(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \left(1 - \frac{T_s(B_{dt} + B_{r0})}{J_r}\right) + B_r(\rho(k)) & \left(\frac{T_s B_{dt}}{N_g J_r}\right) & -\left(\frac{T_s K_{dt}}{J_r}\right) \\ \left(\frac{T_s \eta_{dt} B_{dt}}{N_g J_g}\right) & \left(1 - \frac{T_s \eta_{dt} B_{dt}}{J_g N_g^2} + \frac{T_s B_g}{J_g}\right) & \left(\frac{T_s \eta_{dt} K_{dt}}{J_g N_g}\right) \\ T_s & -\frac{T_s}{N_g} & 1 \end{bmatrix}}_{A(\rho(k))} x(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} \left(\frac{T_s}{J_r}\right) \\ -\frac{T_s}{J_g} \\ 0 \end{bmatrix}}_B u(k) + q(k), \quad (7)$$

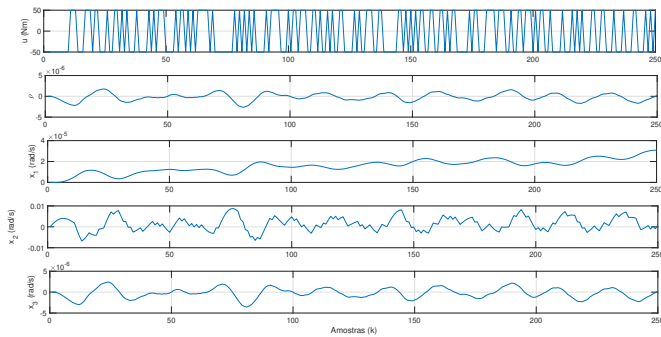


Figura 1. Teorema 2: Dicionário $\{\tilde{u}(i), \tilde{\rho}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$.

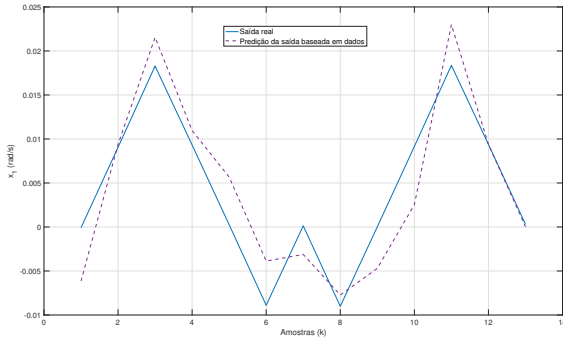


Figura 2. Proposição 1: Saída real e predita.

problema de controle de uma HAWT. Ressaltamos que o Algo. 3 é aplicado⁴ considerando o conhecimento do proxy de agendamento e o dicionário de dados inicial apresentado na Fig. 1. Discorremos sobre os resultados: (1) O objetivo de controle considerado é regular a velocidade de rotação do rotor da HAWT para um valor estacionário de 4.1 rad/s (e 5.2 rad/s, depois do $t = 500$ s). Para tal, é considerado um custo quadrático $J(\hat{y}, \hat{u})$ dado pelas seguintes matrizes de ponderação: $Q = 0.8I_{n_y}$ e $R = 0.2I_{n_u}$; (2) A Fig. 3 apresenta as trajetórias correspondentes de saída e entrada obtidas; considera-se um vento a velocidade constante

⁴ As simulações a seguir foram obtidas utilizando Matlab, Yalmip e o solver Gurobi, em um ambiente Macintosh M1 Pro.

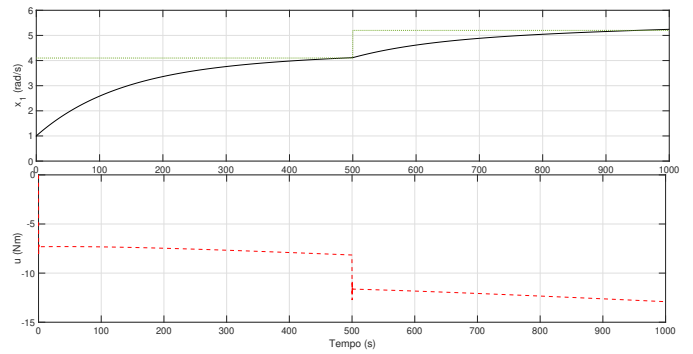


Figura 3. Algo. 3: Saída regulada e sinal de controle.

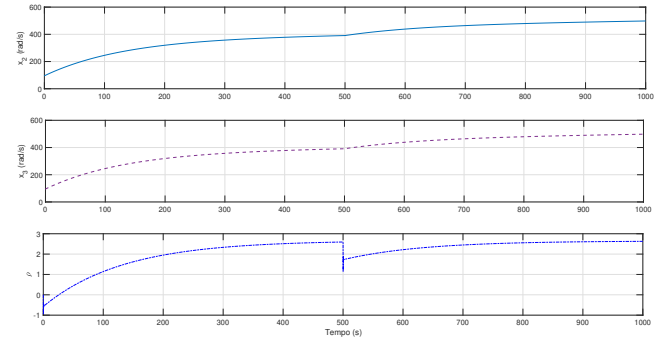


Figura 4. Algo. 3: Outras saídas e sinal de agendamento.

de 7 m/s. Essas curvas mostram como a variável de saída do rotor é realmente conduzida ao valor estacionário almejado, tal como esperado; (3) Complementarmente, a Fig. 4 apresenta as outras trajetórias de interesse: o sinal de agendamento e as outras saídas do processo. É possível argumentar que a estratégia de controle implica em um sinal de controle suave e garante uma regulação adequada do sistema HAWT; (4) Por fim, ressaltamos que o tempo médio necessário para o cômputo da ação de controle preditiva baseada em dados é de 1.32 ms, coerente com o período de amostragem do sistema e possibilitando uma implementação embarcada. Notamos que, a cada amostra, resolve-se apenas um problema de otimização quadrático.

5.2 Aspectos de implementação

Antes de tirar conclusões gerais, enfatizamos as mesmas observações e argumentos destacados por Verhoek et al. (2021) sobre a aplicação de estratégias MPC baseadas em dados: (1) O limite superior ν deve ser maior do que a dimensão do sistema n_x . Embora uma aproximação grosseira para tal possa ser facilmente obtida, um limite excessivamente alto torna o algoritmo MPC computacionalmente mais difícil, o que pode ser um impedimento para sistemas em tempo-real; (2) Além disso, a decisão de otimização é dada em relação à variável retangular α , que tem dimensão de $L - N_p + 1$. Isso significa que, em geral, o problema de otimização resultante pode ser mais complexo do que um problema baseado em modelo, que escala numericamente em termos de $n_x N_p$; (3) Ademais, a janela inicial do dicionário, de L amostras, deve ser grande o suficiente para satisfazer a seguinte desigualdade: $((n_p + 1)n_u + 1)(\nu + N_p) - 1 \geq ((n_p + 1)n_u + 1)(n_x + N_p) - 1$, o que também aumenta a carga computacional resultante.

Como outra observação, enfatizamos que o método requer a condição de uma entrada de controle persistentemente excitante, que deve ser mantida ao longo do tempo tanto para o sinal original u^\perp quanto para o produto de Kronecker u_p^\perp . Essa exigência, na prática, só pode ser garantida se um pequeno sinal ruidoso for adicionado ao sinal de controle aplicado, de tal forma que a soma de sinais permaneça persistentemente excitante em malha fechada. Essa condição não era necessária nas formulações LIT originais, que mantinham o mesmo conjunto de dados ao longo do tempo; no entanto, no cenário não linear, a descrição qLPV é válida devido a uma dependência local das saídas mapeadas nos parâmetros, e, portanto, a representação da trajetória deve ser reavaliada a cada amostra.

No estudo de caso anterior, demonstramos como o método de MPC não-linear baseado em dados de (Morato et al., 2023c) pode ser aplicado a um sistema HAWT. De fato, o esquema pode garantir a regulação e um bom desempenho de controle. Todavia, em relação aos métodos tradicionais, baseados em modelos, destacamos duas limitações importantes que devem ser levadas em conta: (1) De forma geral, espera-se que os resultados de controle obtidos usando a abordagem baseada em dados sejam inferiores aos obtidos com MPC baseados em modelo. Isso se dá porque o controlador tende a ser menos robusto, com uma menor região de atração, devido ao fato de que a representação baseada em trajetória habilitada pela Teorema 2 estar fortemente ligada à variável de agendamento (medida online) e, portanto, só permite uma descrição precisa do sistema controlado em uma região implicitamente próxima à região da saída medida; (2) Ressaltamos que em abordagens MPC tradicionais, baseadas em modelo, o procedimento de identificação quer a excitação do sistema apenas durante um ensaio de identificação. No caso baseado em dados LPV, é requerido não apenas a excitação durante um ensaio inicial (para a obtenção do dicionário inicial $\{\tilde{u}(i), \tilde{y}(i)\}_{i=0}^{L-1}$), como também durante a operação em malha fechada.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, revisitamos os avanços recentes em controle preditivo baseado em dados para sistemas não line-

ares. Como principal contribuição, analisamos o controle de uma turbina eólica e debatemos o uso e o entusiasmo acadêmico de tais abordagens. A mensagem principal é a seguinte: a abordagem baseada em dados surge como uma alternativa plausível **apenas para processos com poucas medições disponíveis**, para os quais a identificação de um modelo é não só uma etapa custosa, como pouco viável, uma vez que o projeto baseado em modelo possibilita desempenhos de controle superiores.

REFERÊNCIAS

- Berberich, J. and Allgöwer, F. (2020). A trajectory-based framework for data-driven system analysis and control. In *2020 European Control Conference (ECC)*, 1365–1370. IEEE.
- Berberich, J., Köhler, J., Müller, M.A., and Allgöwer, F. (2021). On the design of terminal ingredients for data-driven MPC. *IFAC-PapersOnLine*, 54(6), 257–263.
- Berberich, J., Köhler, J., Muller, M.A., and Allgöwer, F. (2022). Linear tracking MPC for nonlinear systems part ii: The data-driven case. *IEEE Transactions on Automatic Control*.
- Camacho, E.F. and Bordons, C. (2013). *Model predictive control*. Springer Science & Business Media.
- Collet, D., Alamir, M., Di Domenico, D., and Sabiron, G. (2020). A fatigue-oriented cost function for optimal individual pitch control of wind turbines. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 12632–12637.
- Coulson, J., Lygeros, J., and Dörfler, F. (2019). Data-enabled predictive control: In the shallows of the DeePC. In *18th European Control Conference (ECC)*, 307–312. IEEE.
- Hoffmann, C. and Werner, H. (2014). A survey of linear parameter-varying control applications validated by experiments or high-fidelity simulations. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 23(2), 416–433.
- Limón, D., Ferramosca, A., Alvarado, I., and Alamo, T. (2018). Nonlinear MPC for tracking piece-wise constant reference signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(11), 3735–3750.
- Morato, M.M., Holicki, T., and Scherer, C. (2023a). Stabilizing model predictive control synthesis using integral quadratic constraints and full-block multipliers.
- Morato, M.M., Normey-Rico, J.E., and Sename, O. (2020). Model predictive control design for linear parameter varying systems: A survey. *Annual Reviews in Control*, 49, 64–80.
- Morato, M.M., Normey-Rico, J.E., and Sename, O. (2023b). Nonlinear data-driven control Part I: Trajectory representation under quasi-linear parameter varying embeddings. [Pre-Print].
- Morato, M.M., Normey-Rico, J.E., and Sename, O. (2023c). Nonlinear data-driven control Part II: qlpv predictive control using parameter extrapolation. [Pre-Print].
- Romero, E.E., Bérenguer, C., and Martinez, J.J. (2022). Gain-scheduling wind-turbine control to mitigate the effects of weather conditions on the drive-train degradation. *IFAC-PapersOnLine*, 55(6), 508–513.
- Verhoek, C., Abbas, H.S., Tóth, R., and Haesaert, S. (2021). Data-driven predictive control for linear parameter-varying systems. *IFAC-PapersOnLine*, 54(8), 101–108.