

# Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico para Minimização de Perdas em Microrredes CC

Renata Gomes dos Santos Brandi\* Wesley Peres\*  
Cristiane Geralda Taroco\*

\* *Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL),  
Universidade Federal de São João del-Rei, MG, (e-mails:  
renata.gomes@engenharia.ufjf.br, wesley.peres@ufsj.edu.br,  
cgtaroco@ufsj.edu.br).*

---

**Abstract:** This paper introduces a Probabilistic Optimal Power Flow (POPF) methodology to minimize power losses in Direct Current (DC) Microgrids. Load uncertainties are modeled using the Normal Distribution, while the Unscented Transform is utilized for resolving the proposed methodology. Evaluating a 10-bus DC microgrid demonstrates the precision and computational efficiency of the proposed POPF method, especially when compared to outcomes obtained through Monte Carlo Simulation, because it presented computational time in some cases almost 300 times faster.

**Resumo:** Este artigo apresenta uma metodologia de Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico (FPO-P) para minimizar as perdas de potência em Microrredes de Corrente Contínua (CC). As incertezas de carga são modeladas usando a Distribuição Normal, enquanto a Transformação Unscented é utilizada para resolver a metodologia proposta. A avaliação de uma microrrede CC de 10 barras demonstra a precisão e eficiência computacional do método proposto, especialmente quando comparado aos resultados obtidos através da Simulação de Monte Carlo, pois apresentou tempo computacional em alguns casos quase 300 vezes mais rápido.

*Keywords:* DC Microgrids; Probabilistic Power Flow; Probabilistic Optimal Power Flow; Uncertainties; Unscented Transform.

*Palavras-chaves:* Microrredes CC; Fluxo de Potência Probabilístico; Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico; Incertezas; Transformação Unscented.

---

## 1. INTRODUÇÃO

O trabalho de Lopes et al. (2006) define as microrredes (do inglês *microgrids* – MG) como sendo sistemas de distribuição de baixa ou média tensão em corrente alternada ou contínua que podem operar conectadas à rede principal ou desconectadas (operação ilhada). As MG são formadas por geradores distribuídos (GD), sistemas de armazenamento de energia (SAE) e cargas controláveis. Adicionalmente, os GD podem ser despacháveis (isto é, consegue-se programar a quantidade potência gerada, tal como as microturbinas) ou não-despacháveis (como os geradores baseados em fontes renováveis, como eólicos e painéis fotovoltaicos, cuja geração é variável e depende das condições climáticas). Quando se analisa sistemas em corrente alternada, atenção especial deve ser dada à frequência e ao gerenciamento de potência reativa (intrinsecamente associada ao controle de tensão nas barras do sistema).

Em contrapartida, conforme revisado por Justo et al. (2013), as microrredes em corrente contínua (MG-CC) são uma alternativa às MG-CA e suas aplicações estão crescendo recentemente conforme relatado em diversos trabalhos da literatura. A principal vantagem está associada à inexistência da potência reativa e frequência. De forma similar às MG-CA, as MG-CC também podem operar conectadas à rede principal (através de um grande conversor

AC-DC - rede principal/MG) ou ilhada. Outra vantagem está associada às ferramentas de análise em regime permanente, focadas na modelagem CC da rede.

Uma das ferramentas mais utilizadas para a análise de MG-CC é o Fluxo de Potência (FP) e o Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Montoya et al. (2018) apresentaram uma formulação de fluxo de potência não-iterativa a partir da expansão das equações em série de Taylor. Montoya et al. (2019a) propuseram uma ferramenta de fluxo de potência resolvida pelo método do ponto fixo. Uma metodologia de fluxo de potência ótimo resolvido pelo método da Programação Quadrática Sequencial foi proposta por Montoya et al. (2019c). Montoya et al. (2019b) propuseram um fluxo de potência ótimo resolvido através de aproximações convexas quadráticas.

As metodologias anteriormente descritas são determinísticas, isto é, não consideram a incerteza da carga. Proposto em meados da década de setenta por Borkowska (1974), o FP Probabilístico (FPP) permite a estimação da média e desvio padrão das variáveis de saída (tensões, gerações, etc.) a partir da média e desvio padrão das variáveis de entrada (cargas e potência das unidades de geração baseadas em fontes renováveis).

Uma classe de métodos para a solução do FPP ou FPO Probabilístico (FPOP) é a de métodos numéricos baseados em amostras, que engloba a Simulação Monte Carlo (SMC). Aplicações da SMC para solução do FPP e FPOP foram propostas por Tuinema et al. (2020); Xie et al. (2018). A SMC apresenta bons resultados (utilizados como *benchmark* para validação de outras técnicas). Entretanto, devido à grande quantidade de amostras requeridas, o tempo computacional necessário pode ser impeditivo.

De forma a buscar um equilíbrio entre tempo computacional e qualidade dos resultados, métodos alternativos foram propostos na literatura. Dentre tais métodos encontra-se a Transformação Unscented (*Unscented Transformation - UT*), proposta por Julier e Uhlmann (2004). Trata-se de uma transformação não linear para propagar a média e covariância de variáveis de entrada através de uma função não linear. É baseada no uso de um número reduzido de amostras deterministicamente calculadas, chamadas de pontos sigma (ou *sigma points*), que capturam de forma adequada a informação sobre a distribuição estatística das variáveis incertas. De fácil implementação, ao utilizar um número reduzido de amostras, a UT apresenta resultados de boa qualidade com baixo esforço computacional. Aien et al. (2012) aplicou a UT para a solução do FPP para sistemas de transmissão. Lin et al. (2018) propuseram um FPP para microrredes CA/CC. Peres (2023) apresentou um FPOP para a minimização de perdas em microrredes CA ilhadas.

Considerando a revisão bibliográfica realizada, nota-se a existência de espaço para o desenvolvimento de ferramentas para a análise probabilística de microrredes CC. Nesse sentido, o principal objetivo deste trabalho é apresentar os resultados iniciais de um FPOP para microrredes CC visando a minimização de perdas. A solução é feita através da Transformação Unscented. Os resultados obtidos para uma microrrede de 10 barras da literatura são comparados com os providos por um FPOP resolvido pela SMC, mostrando a qualidade da solução e a eficiência computacional.

## 2. METODOLOGIA PROPOSTA

O FPOP é formulado na presente seção.

### 2.1 FPO Determinístico

O FPO Determinístico (FPOD) proposto em Montoya et al. (2019c) é apresentado em (1)-(5). A função objetivo apresentada em (1) corresponde à minimização de perdas de potência ativa nos ramos. As restrições de igualdade (2)-(3) garantem o balanço de potência e o controle de tensão na barra *slack* (barra de balanço da subestação). Os limites de geração de potência ativa e de tensão nodal são apresentados em (4)-(5).

$$\min P_{\text{perdas}} = \sum_{(k,m) \in \Omega_L} P_{km}^{\text{perdas}} \quad (1)$$

$$P_{gk} - P_{dk} - P_k = 0 \quad k \in \Omega_B \quad (2)$$

$$V^{\text{slack}} - V^{\text{espec}} = 0 \quad (3)$$

$$\text{sa } P_{gk}^{\min} \leq P_{gk} \leq P_{gk}^{\max} \quad k \in \Omega_G \quad (4)$$

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max} \quad k \in \Omega_B \quad (5)$$

em que:

- $\Omega_L$ ,  $\Omega_B$  e  $\Omega_G$  são os conjuntos de ramos, barras e geradores (distribuídos e subestação);
- $P_{km}^{\text{perdas}}$  são as perdas no ramo  $k - m$ ;
- $P_{gk}$ ,  $P_{dk}$  e  $P_k$  são as potências geradas, demandadas e injetadas na barra  $k$ . Para as barras que não são de geração ou subestação,  $P_{gk} = 0$ . A injeção de potência ativa  $P_k$  é calculada com base nas tensões nodais e matriz condutância nodal;
- $V^{\text{slack}}$  e  $V^{\text{espec}}$  são as tensões na barra da subestação e o valor especificado para a tensão nessa barra.

### 2.2 FP Determinístico

O FP Determinístico (FPD) proposto por Montoya et al. (2018) é apresentado em (6)-(7). A partir dos valores de carga  $P_{dk}$  e tensão especificada  $V^{\text{espec}}$ , calculam-se as tensões nas barras do sistema. A solução das equações é realizada pelo Método de Newton-Raphson, amplamente utilizado para a solução do problema de fluxo de potência, conforme revisado por Stott (1974).

$$P_{gk} - P_{dk} - P_k = 0 \quad k \in \Omega_B \quad (6)$$

$$V^{\text{slack}} - V^{\text{espec}} = 0 \quad (7)$$

### 2.3 Formulação Geral do FPP e FPOP

Para a análise probabilística, as cargas são modeladas seguindo uma Distribuição Gaussiana com média  $\mu_{P_{dk}}$  e desvio padrão  $\sigma_{P_{dk}}$  conhecidos. A função densidade de probabilidade  $f(P_{dk})$  de uma carga na barra  $k$  é apresentada em (8).

$$f(P_{dk}) = \frac{1}{\sigma_{P_{dk}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(P_{dk} - \mu_{P_{dk}})^2}{2\sigma_{P_{dk}}^2}} \quad (8)$$

O vetor  $\mathbf{x}$  com as entradas para a análise probabilística ( $nb$  cargas) é definido em (9), em que cada elemento segue a distribuição normal definida em (8).

$$\mathbf{x} = [P_{d1} \dots P_{dk} \dots P_{dnb}] \quad (9)$$

A partir do vetor  $\mathbf{x}$  de cargas incertas, deseja-se calcular a média e a variância de um vetor  $\mathbf{y}$  composto pelas variáveis de saída de interesse (tensões e gerações). Isso é feito a partir de uma função não linear  $g(\mathbf{x})$  definida em (10). Nesse caso,  $g(\mathbf{x})$  pode ser entendida como o problema de FPD ou FPOD.

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{x}) \quad (10)$$

O método mais aplicado para a solução de (10) é a SMC. Nesse caso, gera-se uma determinada quantidade de amostras para o vetor  $\mathbf{x}$ , executa-se o FPD (Seção 2.2) ou o FPOD (2.1) para cada amostra e calcula-se a média e desvio padrão de cada variável de saída (tensões e potências geradas). Apesar dos bons resultados obtidos (muitas vezes usados como *benchmark*), a elevada quantidade de amostras torna o método não atrativo para sistemas de grande porte.

## 2.4 FPP e FPOP via UT

Proposta por Julier e Uhlmann (2004), a Transformação Unscented tem como princípio obter deterministicamente um conjunto de vetores denominados de *sigma points*, que capturam a média e a covariância de  $\mathbf{x}$ . Os *sigma points* são então aplicados na função não-linear  $g(\mathbf{x})$  para a estimação da média e covariância de  $\mathbf{y}$ .

Inicialmente, deve-se definir um conjunto de  $2n + 1$  *sigma points*  $\chi_i$  (vetores coluna de ordem  $n \times 1$ ) e seus respectivos pesos  $W_i$  (existem  $2n + 1$  pesos, um para cada  $\chi_i$ ). Os vetores  $\chi_i$  são definidos conforme (11)-(13). Ressalta-se que a UT utiliza um conjunto de *sigma points* que não são randomicamente escolhidos tal como ocorre na Simulação Monte Carlo.

$$\chi_1 = \mathbf{x}_m \quad (11)$$

$$\chi_{i+1} = \mathbf{x}_m + \mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$\chi_{i+n+1} = \mathbf{x}_m - \mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

em que  $\mathbf{u}_i$  é um vetor linha da matriz  $\mathbf{U}$  obtido a partir da fatoração de Cholesky como apresentado em (14).

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = (n + \kappa) \mathbf{P}_x \quad (14)$$

No trabalho proposto por Valverde e Terzija (2011), discute-se que o parâmetro  $\kappa$  é escolhido empiricamente para reduzir os erros de estimação da média e covariância. No presente trabalho, de forma similar ao feito por Peres (2023), adota-se  $\kappa = 2$ , que é um valor comumente empregado na literatura e que apresentou bons resultados quando comparados com os da SMC.

Os pesos  $W_i$  são calculados conforme (15)-(17).

$$W_1 = \frac{\kappa}{n + \kappa} \quad (15)$$

$$W_{i+1} = (2(n + \kappa))^{-1}, \quad i = 1, \dots, n \quad (16)$$

$$W_{i+n+1} = (2(n + \kappa))^{-1}, \quad i = 1, \dots, n \quad (17)$$

É importante mencionar que cada *sigma point*  $\chi_i$  representa um vetor coluna ( $n \times 1$ ) com os valores de carga ativa nos barramentos ( $n = nb$ ). Para cada  $\chi_i$ , aplica-se a função não linear  $\mathbf{y}_i = g(\chi_i)$ , sendo  $\mathbf{y}_i$  o vetor com as grandezas de interesse e  $g(\chi_i)$  o FPD (Seção 2.2) ou o FPOD (2.1).

Uma vez calculados os  $2n + 1$  vetores  $\mathbf{y}_i$  pode-se estimar a média e a covariância para cada variável de interesse conforme (18) e (19).

$$\mathbf{y}_m = \sum_{i=1}^{2n+1} W_i \mathbf{y}_i \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_y = \sum_{i=1}^{2n+1} W_i \left[ (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_m) (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_m)^T \right] \quad (19)$$

## 3. ESTUDO DE CASO

A presente seção apresenta os resultados obtidos com o FPOP proposto.

### 3.1 Descrição do Sistema

O sistema utilizado no estudo de caso, ilustrado na Figura 1, foi obtido do trabalho de Montoya et al. (2018, 2019c). Com 10 barras, sendo uma a subestação (barra *slack* ou de balanço com o conversor CA/CC que conecta a rede principal à microrrede CC), o sistema conta com duas unidades de geração despacháveis nas barras 5 e 8, conectados por conversores CA/CC. Os dados de linha e de barra são apresentados nas Tabelas 1 e 2. Como considerado por Montoya et al. (2019c), os limites de tensão são de 0,9 a 1,1 pu e os limites de potência são dados na Tabela 2. A tensão na subestação (barra 1) é fixada em 1 pu.

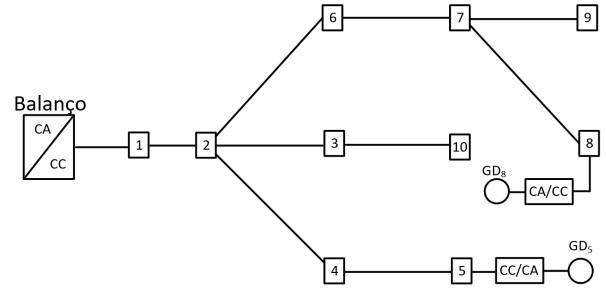


Figura 1. Diagrama unifilar do sistema de 10 barras.

Tabela 1. Dados de Linha

De	Para	$r_{km}$ (pu)	De	Para	$r_{km}$ (pu)
1	2	0,005	6	7	0,0017
2	3	0,0015	7	8	0,0021
2	4	0,002	7	9	0,0013
4	5	0,0018	3	10	0,0015
2	6	0,0023	-	-	-

Tabela 2. Dados de Barra (em pu)

Barra	$P_d$	$G_{sh}$	$P_{gmin}$	$P_{gmax}$
1	-	-	-10	10
2	-	-	-	-
3	0,8	-	-	-
4	1,3	-	-	-
5	-	-	0	2,5
6	-	0,5	-	-
7	-	-	-	-
8	-	-	0	2,5
9	0,7	-	-	-
10	-	0,8	-	-

### 3.2 Resultados do Caso Base e do Caso Otimizado

O estudo de caso foi realizado considerando três simulações: (i) FPD (caso base), (ii) FPP via UT e SMC (caso base), e (iii) FPOP via UT e SMC. Ressalta-se que no caso base as unidades distribuídas nas barras 5 e 8 não despacham potência ( $P_{g5} = P_{g8} = 0$ ).

Nas simulações probabilísticas considera-se que as cargas ativas ( $P_d$ ) da Tabela 2 são modeladas considerando a

distribuição normal com média igual ao valor nominal e desvio padrão igual à 10% da média. Para a SMC foram consideradas 10 mil amostras e para a UT a quantidade de amostras varia conforme o número de variáveis incertas.

Na Tabela 3 apresenta-se o comportamento das perdas. Considerando os três primeiros valores (FPD e FPP via UT e SMC), observa-se que a modelagem probabilística das cargas implica no aumento do valor das perdas, embora um dos valores seja determinístico e os outros a média. Ao se executar o FPOP proposto, os valores das perdas são reduzidos de forma significativa (tanto o valor médio quanto o valor do desvio padrão), mostrando a efetividade da metodologia proposta. Ademais, observa-se a proximidade dos valores fornecidos pela UT e pela SMC.

Tabela 3. Solução do FPOP: Perdas (em kW)

Simulação	Média	Desvio Padrão
FP Determ - Caso Base	9,8774	-
FP Prob UT - Caso Base	9,9010	0,8271
FP Prob SMC - Caso Base	9,9044	0,8241
FPO Prob UT	2,0909	0,1502
FPO Prob SMC	2,0910	0,1497

Em termos de potência absorvida da subestação (conversor AC/DC na barra 1), é notória na Tabela 4 a redução neste valor (média e desvio padrão). Isso se deve ao fato de que na solução do FPO considera-se que as unidades de geração das barras 5 e 8 estão despachando potência (o que não ocorre no caso base). Os valores de potência despachada nas barras são apresentados na Tabela 5. Novamente, os valores obtidos via SMC e UT são condizentes.

Tabela 4. Solução do FPOP: Potência da Subestação (pu)

Simulação	Média	Desvio Padrão
FP Determ. Caso Base	4,1372	-
FP Prob UT Caso Base	4,1374	0,1738
FP Prob SMC Caso Base	4,1382	0,1735
FPO Prob UT	0,8874	0,0334
FPO Prob SMC	0,8879	0,0343

Tabela 5. Solução do Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico: Potências das GDs(pu)

Simulação	Geradores	Média	Desvio Padrão
FPO Prob UT	$P_{g5}$	1,8383	0,1014
	$P_{g8}$	1,3783	0,0587
FPO Prob SMC	$P_{g5}$	1,8376	0,0976
	$P_{g8}$	1,3791	0,0592

O comportamento das tensões nodais no caso base é apresentado na Tabela 6. A solução determinística é a mesma que é apresentada por Montoya et al. (2018). Observa-se que os valores médios da análise probabilística são próximos à solução determinística, bem como observa-se a coerência das soluções via UT e SMC.

Um dos benefícios da alocação planejada de geradores distribuídos é a melhoria do perfil de tensão, o que pode ser

confirmada a partir da Tabela 7 para o sistema em análise. Nota-se que os valores médios foram elevados para próximo de 1 pu e, novamente, observa-se a coerência entre as duas técnicas probabilísticas utilizadas.

Tabela 6. Solução Determinística e Probabilística no Caso Base: Tensões (valores em pu)

Barra	FP Deter.	FP Prob. UT		FPO Prob. SMC	
		Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
1	1,0000	1,0000	5,5511E-16	1,0000	0,0000E+00
2	0,9793	0,9793	8,6898E-04	0,9793	8,6726E-04
3	0,9769	0,9769	9,3367E-04	0,9769	9,3213E-04
4	0,9767	0,9767	1,0912E-03	0,9766	1,0872E-03
5	0,9767	0,9767	1,0912E-03	0,9766	1,0872E-03
6	0,9765	0,9765	9,5069E-04	0,9765	9,5021E-04
7	0,9753	0,9753	1,0251E-03	0,9753	1,0255E-03
8	0,9753	0,9753	1,0251E-03	0,9753	1,0255E-03
9	0,9744	0,9744	1,0879E-03	0,9744	1,0892E-03
10	0,9757	0,9757	9,3255E-04	0,9757	9,3102E-04

Tabela 7. Solução do FPOP: Tensões (valores em pu)

Barra	FP Prob. UT		FPO Prob. SMC	
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão
1	1,0000	4,4409E-16	1,0000	0,0000E+00
2	0,9956	1,6689E-04	0,9956	1,7138E-04
3	0,9932	2,7212E-04	0,9932	2,7583E-04
4	0,9966	1,8000E-04	0,9966	1,9244E-04
5	0,9999	1,9664E-05	0,9999	2,3720E-05
6	0,9960	1,2920E-04	0,9960	1,3190E-04
7	0,9971	1,2530E-04	0,9971	1,2651E-04
8	1,0000	6,4593E-06	1,0000	4,5739E-06
9	0,9962	2,1157E-04	0,9962	2,1276E-04
10	0,9920	2,7180E-04	0,9920	2,7549E-04

Os tempos computacionais apresentados na Tabela 8 confirmam dois pontos interessantes. O primeiro é a eficiência da técnica UT quando comparada com a SMC, devido ao número reduzido de amostras da primeira. Em segundo lugar, observa-se que o FPOP consome um tempo substancialmente maior que o FPP (quando se usa a SMC), justificando a utilização da UT. Utilizou-se um computador Intel Core i7 1.80 GHz com 16 GB of RAM e sistema operacional Windows 10 64-bit.

Tabela 8. Esforço Computacional

Simulação	Tempo
FP Prob UT - Caso Base	1,2722 seg
FP Prob SMC - Caso Base	3,0076 min
FPO Prob UT	1,8074 seg
FPO Prob SMC	8,6603 min

### 3.3 Impacto da Incerteza da Carga no Valor de Perdas

Por fim, a presente seção avalia o impacto da incerteza da carga (dada pelo valor do desvio padrão) nos valores de perdas do sistema. Uma das aplicações da metodologia proposta é em estudos de planejamento da microrrede CC: nesse caso, o valor da carga é proveniente de estudos de previsão e, quanto melhor o modelo matemático empregado para essa previsão, menores serão as incertezas (desvios padrão).

A Tabela 9 mostra que, quanto maior o desvio padrão dos valores de carga, maior será o desvio padrão dos valores de perda. Entretanto, os valores de média variam pouco.

Tabela 9. Impacto da Incerteza da Carga nos Valores de Perdas (FPOP)

Desvio Padrão da Carga (%)	Média	Desvio Padrão
5	2,0866	0,0750
10	2,0909	0,1502
15	2,0980	0,2260

#### 4. CONCLUSÕES

No presente trabalho apresentou-se uma metodologia de Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico para a minimização de perdas em microrredes CC. A incerteza da carga foi modelada a partir da Distribuição Normal e a Transformação Unscented foi utilizada para a solução do método proposto. Os resultados obtidos para uma microrrede de 10 barras foram validados com uma metodologia baseada na SMC.

Com base nos resultados apresentados observou-se o impacto do aumento da variância da carga (incerteza) na variância das perdas do sistema, a melhoria do perfil de tensão a partir do despacho de unidades de geração distribuídas, e a redução expressiva do tempo computacional ao se empregar a Transformação Unscented. Os trabalhos futuros estarão focados na consideração de sistemas de maior porte bem como na modelagem de sistemas de armazenamento de energia.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao INERGE, ao CNPq, à CAPES e à FAPEMIG. Agradecimentos ao programa de pós-graduação PPGEL/UFSJ também são prestados.

#### REFERÊNCIAS

- Aien, M., Fotuhi-Firuzabad, M., e Aminifar, F. (2012). Probabilistic load flow in correlated uncertain environment using unscented transformation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(4), 2233–2241. doi:10.1109/TPWRS.2012.2191804.
- Borkowska, B. (1974). Probabilistic load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-93(3), 752–759. doi:10.1109/TPAS.1974.293973.
- Julier, S.J. e Uhlmann, J.K. (2004). Unscented filtering and nonlinear estimation. In *Proceedings of the IEEE*, volume 92, 401–422. doi:10.1109/JPROC.2003.823141.
- Justo, J.J., Mwasilu, F., Lee, J., e Jung, J.W. (2013). AC-microgrids versus DC-microgrids with distributed energy resources: A review. doi:10.1016/j.rser.2013.03.067.
- Lin, X., Shu, T., Tang, J., Yang, Y., Liu, F., Zheng, J., e Peng, S. (2018). An Unscented Transformation Based Probabilistic Power Flow for Autonomous Hybrid AC/DC Microgrid with Correlated Uncertainty Sources. In *2018 2nd IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, 1–6. IEEE. doi:10.1109/EI2.2018.8582513.
- Lopes, J., Moreira, C., e Madureira, A. (2006). Defining Control Strategies for MicroGrids Islanded Operation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(2), 916–924. doi:10.1109/TPWRS.2006.873018.
- Montoya, O.D., Garrido, V.M., Gil-Gonzalez, W., e Grisales-Noreña, L.F. (2019a). Power Flow Analysis in DC Grids: Two Alternative Numerical Methods. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 66(11). doi:10.1109/TCSII.2019.2891640.
- Montoya, O.D., Gil-Gonzalez, W., e Garces, A. (2019b). Optimal Power Flow on DC Microgrids: A Quadratic Convex Approximation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 66(6). doi:10.1109/TCSII.2018.2871432.
- Montoya, O.D., Gil-González, W., e Garces, A. (2019c). Sequential quadratic programming models for solving the OPF problem in DC grids. *Electric Power Systems Research*, 169. doi:10.1016/j.epr.2018.12.008.
- Montoya, O.D., Grisales-Noreña, L.F., González-Montoya, D., Ramos-Paja, C.A., e Garces, A. (2018). Linear power flow formulation for low-voltage DC power grids. *Electric Power Systems Research*, 163. doi:10.1016/j.epr.2018.07.003.
- Peres, W. (2023). Probabilistic Optimal Power Flow for Balanced Islanded Microgrids. *IEEE Latin America Transactions*, 21(1), 167–174. doi:10.1109/TLA.2023.10015139.
- Stott, B. (1974). Review of load-flow calculation methods. *Proceedings of the IEEE*, 62(7), 916–929. doi:10.1109/PROC.1974.9544.
- Tuinema, B.W., Rueda Torres, J.L., Stefanov, A.I., Gonzalez-Longatt, F.M., e van der Meijden, M.A.M.M. (2020). *Probabilistic Reliability Analysis of Power Systems*. doi:10.1007/978-3-030-43498-4.
- Valverde, G. e Terzija, V. (2011). Unscented Kalman filter for power system dynamic state estimation. *IET Generation, Transmission and Distribution*, 5(1), 29–37. doi:10.1049/iet-gtd.2010.0210.
- Xie, Z.Q., Ji, T.Y., Li, M.S., e Wu, Q.H. (2018). Quasi-Monte Carlo Based Probabilistic Optimal Power Flow Considering the Correlation of Wind Speeds Using Copula Function. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(2). doi:10.1109/TPWRS.2017.2737580.