

# Análise de Correlação de Spearman para Seleção de Funções Custo na Otimização Multiobjetivo de Controladores PID

João Victor Baranhuk\*. Roberto Zanetti Freire\*\*. Ricardo Massao Kagami\*\*. Gilberto Reynoso-Meza\*\*

\* Departamento de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

\*\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS)

Escola Politécnica (EP), Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), Curitiba, PR, Brasil

(e-mail: jvbaranhuk@gmail.com; g.reynosomeza@pucpr.br; roberto.freire@pucpr.br; ricardo.zanotto@pucpr.br)

---

**Abstract:** Multiobjective optimization algorithms are useful tools in obtaining solutions for problems that need to optimize multiple cost functions simultaneously. In the control engineering area, being Proportional-Integral-Derivative (PID) controllers widely used in industrial applications, it is possible to notice several advantages regarding the use of multiobjective optimization, where the purpose is to obtain gains calculated to improve the performance against multiple criteria. In general, in optimization procedures, the performance criteria of controllers are used as cost functions. However, there is a lack of studies that help select these functions. Using Spearman's rank-order correlation, this study analyzed ten cost functions for four different linear transfer functions, allowing an initial understanding of the statistical dependencies between performance criteria and their use as cost functions in multiobjective optimization procedures.

**Resumo:** Algoritmos de otimização multiobjetivo são ferramentas úteis na obtenção de soluções, cujos problemas necessitam otimizar múltiplas funções custos simultaneamente. Na área da engenharia de controle, sendo controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) amplamente utilizados em aplicações industriais, notam-se diversas vantagens quanto à utilização da otimização multiobjetivo, cujo propósito refere-se à obtenção de ganhos, calculados para aprimorar o desempenho perante múltiplos critérios. Em geral, em procedimentos de otimização, os critérios de desempenho de controladores são utilizados como funções custo, entretanto, existe uma carência de estudos que auxiliem na seleção destas funções. Através da utilização do coeficiente de correlação de postos de Spearman, este estudo analisou dez funções custo para quatro diferentes funções de transferência lineares, permitindo obter uma compreensão inicial das dependências estatísticas entre os critérios de desempenho e sua utilização como funções custo em procedimentos de otimização multiobjetivo.

**Keywords:** Multiobjective optimization; Cost function analysis; Spearman correlation; PID; Performance criteria selection.

**Palavras-chaves:** Otimização multiobjetivo; Análise de funções custo; Correlação de Spearman; PID; Seleção de critérios de desempenho.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Algoritmos evolucionários são uma classe de métodos de inteligência computacional empregados na resolução de problemas de otimização complexos, os quais não são facilmente solucionados pelo emprego de métodos tradicionais ou determinísticos (Chand et al., 2019). Desta forma, a utilização destas metaheurísticas, na parametrização de controladores do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID), têm sido amplamente estudada, principalmente devido à possibilidade de aplicação nos mais diversos sistemas (Ali et al., 2019; Mohanty et al., 2014; Nisi et al., 2019).

Dentre os algoritmos evolucionários, a otimização multiobjetivo apresenta-se como especial interesse de estudo na parametrização de controladores, vide que, sua utilização provê diversas vantagens, tais como a utilização de diferentes critérios e funções custo na caracterização do problema

(Abraham et al., 2005; Miettinen, 1998), a possibilidade de obtenção de múltiplas soluções potenciais em uma única execução e a redução da complexidade apresentada pelo problema multiobjetivo (Coello et al., 2007).

Diferentes funções custo podem ser associadas a problemas de otimização na parametrização de controladores, por exemplo os critérios clássicos de avaliação de desempenho descritos por Åström & Hägglund (2006) e Ogata (2010), tendo trabalhos, que analisaram o comportamento de soluções obtidas por alguns destes critérios em otimização mono-objetivo, sido realizados (Jagatheesan et al., 2018; Jain et al., 2019).

Com relação à utilização de múltiplos objetivos em procedimentos de otimização na parametrização de controladores, dois principais métodos são exploradas na literatura, o primeiro, na qual uma estratégia de agregação de funções custo é utilizada, tendo por foco, a transformação do

problema de otimização multiobjetivo em um problema mono-objetivo, e o segundo por meio dos procedimentos de otimização multiobjetivo estabelecido por (Reynoso-Meza et al., 2013).

Quanto à transformação de problemas multiobjetivo para solução como mono-objetivos, o trabalho de Sahib & Ahmed (2016), propôs uma função de agregação pelo somatório das funções custo normalizadas e ponderadas conforme a contribuição desejada para a solução final e Bingul & Karahan (2018) propuseram uma função custo que agrega a integral do erro absoluto vezes o tempo (ITAE), máximo pico ( $M_p$ ), tempo de estabilização e erro de estado estacionário pela definição de fatores ponderantes.

Kagami et al. (2019) apresentaram uma abordagem para parametrização de controladores de um sistema de refrigeração, na qual um método de auxílio à tomada de decisão é utilizado na agregação de funções custo, sendo portanto, a definição da melhor solução apresentado pelo conceito da técnica de ordenação por preferência pela similaridade com a solução ideal (TOPSIS - *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) (Hwang & Yoon, 1981).

A aplicação das técnicas de otimização multiobjetivo na parametrização de controladores tem sido utilizada em diversos estudos, como por exemplo no trabalho de Gambier & Behera (2018), na obtenção de ganhos de controladores em um sistema de ajuste de angulação das pás de turbinas eólicas em um modelo de 5 MW, em outro trabalho Gambier (2019) utilizou uma técnica de agregação de funções custo por meio de integrais fracionárias e otimização multiobjetivo na parametrização de ganhos de controladores em um sistema de ajuste de angulação das pás de turbinas eólicas em um modelo conceitual de 20 MW.

Outros trabalhos que podem ser citados, os quais utilizaram otimização multiobjetivo na parametrização de controladores, são os de Garbelini & Reynoso-Meza (2017) para o controle de movimentos longitudinais de aeronaves, Sivakumar et al. (2017) onde um controlador para o amortecimento de oscilações de baixa frequência em sistemas de potência foi apresentado e em Zhang et al. (2019) de controladores do tipo PID fracionário para um sistema de controle de turbina de bombeamento.

Contudo, ainda que existam diversas possibilidades de funções custo a serem utilizadas em procedimentos de otimização multiobjetivo, com foco na parametrização de controladores PID, nota-se uma carência na literatura especializadas no que diz respeito aos critérios para a seleção das funções custo ou que auxiliem nesta tarefa, conforme reforçado por Rodríguez-Molina et al. (2020). Assim, este trabalho visa analisar as correlações apresentadas por diferentes funções custo sobre a fronteira de Pareto de quatro diferentes sistemas lineares na parametrização de controladores PID, de modo a auxiliar sua definição em problemas de otimização multiobjetivo.

A seção 2 apresenta os procedimentos considerados para a análise das funções custo, caracterizando o modelo paramétrico e as funções custo avaliadas, enquanto a seção 3

descreve os principais resultados obtidos através da análise de correlação de Spearman para as funções custo em cada um dos problemas. Por fim, a seção 5 apresenta as conclusões deste estudo e trabalhos futuros.

## 2. PROCEDIMENTOS PARA ANÁLISE DAS FUNÇÕES CUSTO

Para a realização deste trabalho, as etapas consideradas foram embasadas nos procedimentos de parametrização de controladores por meio da otimização multiobjetivo de (Reynoso-Meza et al., 2013), iniciando pela definição do problema multiobjetivo, caracterizado pela apresentação do modelo paramétrico e das funções custo do problema, a otimização multiobjetivo propriamente dita, com a aplicação do algoritmo de otimização e obtenção da fronteira de Pareto e, por fim, a avaliação das funções custo sobre a fronteira de Pareto por meio da análise de correlação de Spearman.

### 2.1 Caracterização do Modelo Paramétrico

Quanto à definição do problema multiobjetivo, este foi associado à parametrização dos ganhos de controladores PID conforme o modelo paramétrico apresentado na Fig. 1, onde  $E(s)$  e  $\varepsilon(t)$  representam o erro atuante do sistema, no domínio da frequência e do tempo, respectivamente, sendo calculado pela diferença entre o sinal de referência  $R(s)$ , ou  $r(t)$  e a saída do sistema  $Y(s)$  ou  $y(t)$ . O sinal  $U(s)$  ou  $u(t)$  representa o sinal de controle fornecido através do controlador  $C(s)$  e que atuará sobre a função de transferência do sistema  $G(s)$ .

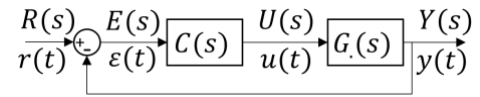


Fig. 1 Diagrama de blocos do modelo paramétrico.

Sendo os controladores descritos pela equação:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \frac{N}{s + N} \quad (1)$$

onde  $k_p$  é o ganho proporcional,  $k_i$  o ganho integral,  $k_d$  o ganho derivativo e  $N$  o filtro derivativo.

O problema de otimização pode ser representado como:

$$\min J(\theta) = [J_1(\theta), J_2(\theta), \dots, J_n(\theta)] \quad (2)$$

onde  $\theta$  representa o vetor de parâmetros:

$$\theta = [k_p, k_i, k_d, N] \quad (3)$$

Para a execução deste trabalho quatro funções de transferência de sistemas lineares com diferentes comportamentos de resposta, apresentadas na Fig. 2, foram considerados (K. J. Åström & Hägglund, 2004; Messner & Tilbury, 2011):

$$G_a(s) = \frac{1}{1000s + 50} \quad (4)$$

$$G_b(s) = \frac{0,01}{0,005s^2 + 0,06s + 0,1001} \quad (5)$$

$$G_c(s) = \frac{0,0274}{8,878e-12s^3 + 1,291e-5s^2 + 7,648e-4s} \quad (6)$$

$$G_d(s) = \frac{1}{s^3 + 2,4s^2 + 2,4s + 1} \quad (7)$$

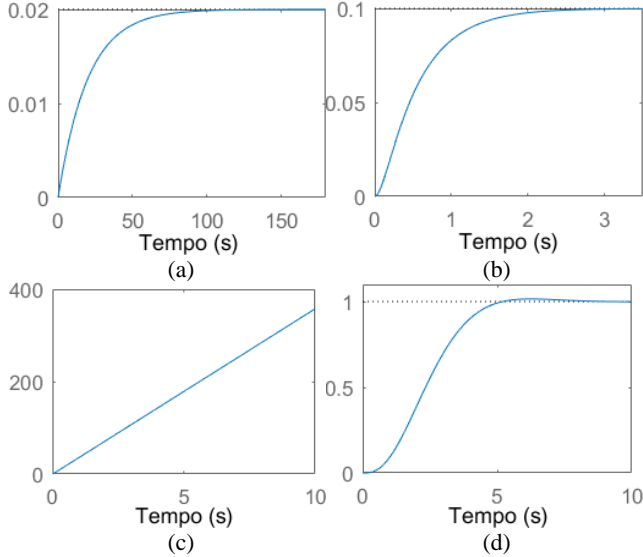


Fig. 2 Resposta ao degrau unitário dos sistemas em malha aberta: (a)  $G_a(s)$ ; (b)  $G_b(s)$ ; (c)  $G_c(s)$ ; (d)  $G_d(s)$ .

## 2.2 Critérios de Desempenho como Funções Custo

Para a delimitação das funções custo a serem avaliadas, dez funções custo foram selecionadas a partir dos critérios de avaliação de desempenho de controladores apresentados por Åström & Hägglund (2006), são elas: a integral do erro absoluto (IAE), a integral do erro absoluto vezes o tempo (ITAE), a integral do erro quadrático (ISE), a integral do erro quadrático vezes o tempo (ITSE), o máximo sobressinal após uma mudança de referência (OVER), o tempo de estabilização a um erro menor que 2% após uma mudança na referência (TST2%), a integral do quadrado do sinal de controle (ISU), a variação total do sinal de controle (TV), a integral do sinal de controle absoluto (IAU) e o valor máximo do sinal de controle (MAXU). Os índices do problema de otimização, as funções e as siglas foram sintetizadas na tabela 1.

Para geração da fronteira de Pareto utilizou-se do algoritmo genético de classificação não dominada II (NSGA-II – *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*) (Deb et al., 2002), constando com 100 indivíduos e 100 gerações para cada um dos quatro problemas apresentados.

## 3. ANÁLISE DE RESULTADOS

Para a realização das análises de correlação de Spearman ( $\rho$ ) foram considerados os critérios indicados por Zou et al. (2003), sendo a hipótese descartada para  $p > 0,05$ , caso contrário analisado o coeficiente de correlação  $\rho$ , interpretado como a força e direção com que as variáveis estão correlacionadas, conforme apresentado na tabela 2.

Tabela 1. Funções custo utilizadas

Índice	Função custo	Sigla
$J_1(\theta)$	$\int  \varepsilon(t)  dt$	IAE
$J_2(\theta)$	$\int t \varepsilon(t)  dt$	ITAE
$J_3(\theta)$	$\int \varepsilon^2(t) dt$	ISE
$J_4(\theta)$	$\int t\varepsilon^2(t) dt$	ITSE
$J_5(\theta)$	$\operatorname{argmax} \left[ \operatorname{argmax} \left( \frac{y(t) - r(t)}{r(t)}, 0 \right) \right]$	OVER
$J_6(\theta)$	$J_{t(100-\Delta)\%}(\theta)$	TST2%
$J_7(\theta)$	$\int u^2(t) dt$	ISU
$J_8(\theta)$	$\int \left  \frac{du(t)}{dt} \right  dt$	IAVU
$J_9(\theta)$	$\int  u(t)  dt$	IAU
$J_{10}(\theta)$	$\operatorname{argmax}(u(t))$	MAXU

Tabela 2. Interpretação dos valores de correlação

$\rho$	Interpretação
-1,0	Negativa Perfeita
-0,8	Negativa Forte
-0,5	Negativa Moderada
-0,2	Negativa Fraca
0	Nenhuma Correlação
0,2	Positiva Fraca
0,5	Positiva Moderada
0,8	Positiva Forte
1,0	Positiva Perfeita

Valores de correlação positiva indicam que duas variáveis possuem mesma direção e relação de proporcionalidade, enquanto valores de correlação negativa caracterizam uma correlação inversamente proporcional.

Utilizando o método de correlação de Spearman para avaliação das funções custo sobre a fronteira de Pareto, as matrizes de correlação de  $G_a(s)$ ,  $G_b(s)$ ,  $G_c(s)$  e  $G_d(s)$  são apresentadas por meio das tabelas 3, 4, 5 e 6, respectivamente, descritas no Apêndice A deste artigo, sendo que os valores realçados indicam as hipóteses descartadas ( $p > 0,05$ ).

Analisando os dados da função de transferência  $G_a(s)$ , tabela 3, é possível observar uma correlação Positiva Forte quase Positiva Perfeita entre as funções custo que são baseadas no sinal de erro do sistema, IAE, ITAE, ISE, ITSE com  $\rho > 0,98$  e com TST2% Positiva Forte. Estes indicadores apresentaram correlação Negativa Forte com o OVER em média  $\rho \approx -0,95$ , ou seja, a medida que IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2% crescem OVER diminui, e vice versa.

É possível observar uma correlação Positiva Forte, próxima a Positiva Perfeita entre as funções custo que são relacionadas ao sinal de controle, ISU, ITAU e IAU. Outras duas correlações importantes a serem destacadas, referem-se a

IAVU e OVER e entre TST2% e MAXU com correlações Positiva Fraca e Negativa Franca de acordo com os critérios utilizados. Todas as outras correlações desse teste são hipóteses descartadas devido ao valor de  $p > 0,05$ .

A matriz de correlação de  $G_b(s)$ , apresentada na tabela 4, apresenta resultados semelhantes ao caso anterior ( $G_a(s)$ ), com valores de correlação Positiva Forte, quase Positiva Perfeita entre IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2% que tiveram uma média de  $\rho \approx 0,94$ . Apresentando também correlação Negativa Forte, próxima a Negativa Perfeita entre as funções custos IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2% e a função custo OVER com valores de  $\rho < -0,93$ .

Porém, nesse teste, foi observado uma correlação Negativa Forte entre a função custo IAU e as funções custo relacionadas ao sinal de erro IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2% e Positiva Forte para com OVER. Foi constatada uma correlação Positiva Forte entre IAVU e MAXU ( $\rho = 0,994$ ). As demais correlações foram descartadas por apresentarem força inferior a  $|0,8|$ .

Com relação à função de transferência  $G_c(s)$ , com resultados apresentados na tabela 5, novamente foi observado uma correlação Positiva Forte entre as funções custo do erro, IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2% que mantiveram uma força de correlação superior a 0,8.

As funções ISU, IAVU e IAU também mantiveram suas correlações com forças superiores a 0,87, outras que apresentaram resultados semelhantes aos de  $G_b(s)$  foram as funções OVER e IAU que teve correlações Negativas Forte com IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2%. Porém, neste caso, a função custo OVER apresentou correlações Positivas Forte com as funções relacionadas ao sinal de controle, ISU, IAVU e IAU com correlações de 0,939; 0,803 e 0,942 respectivamente.

Foram constatadas, também, correlações até então não apresentadas, como de MAXU Positiva Forte para ISU e IAVU e Negativa Moderada para funções IAE, ISE com  $\rho$  de -0,715 e -0,752, respectivamente. E correlações inversamente proporcionais das funções custo relacionadas ao erro e ISU. Para este caso ( $G_c(s)$ ) é observável que praticamente todos os critérios de função custo apresentaram correlação entre eles positivas ou negativas.

Por fim, para a função de transferência  $G_d(s)$ , por meio da matriz de correlações, apresentada na tabela 6, é possível observar que as funções custo relacionadas ao sinal de erro IAE, ITAE, ISE e ITSE mantiveram as suas correlações igualmente fortes e positivas com correlação semelhante a Positivas Perfeita. Contudo, para TST2% os valores de  $\rho < 0,8$  para com as funções custos IAE, ITAE, ISE e ITSE indicam Positiva Moderada, ou seja, com força inferior aos demais casos de estudo.

Para as funções custo relacionadas ao sinal de controle foram obtidos resultados igualmente fortes e positivos, porém a correlação da função custo OVER apresentou resultado diferente do observado nos demais casos, com correlações Positivas Forte em relação às funções custo IAE, ITAE, ISE e

ITSE com resultados de força de correlação de 0,999 e Positiva Forte com TST2% e IAU.

A função custo IAU também apresentou resultados diferentes dos previamente observados, obtendo correlação positiva com IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2  $\rho \approx 0,9$ ; enquanto MAXU apresentou correlação Negativa Forte com todas as demais funções custo cuja hipótese não fora descartada.

Desta forma, é possível visualizar que, para todos os casos, as funções custo do sinal de erro IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2 apresentaram-se sempre correlacionadas positivamente, de modo que não há a necessidade de se considerar todas estas como funções custo durante a fase de projeto. A mesma interpretação pode ser estendida para as funções custo relacionadas ao sinal de controle ISU, IAVU e IAU, enquanto OVER e MAXU não apresentaram correlações consistentes para todos os casos analisados.

#### 4. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a utilização do coeficiente de correlação de postos de Spearman, sendo esta uma medida não paramétrica de correlação, para avaliação de dependência estatística de dez diferentes funções custo, em problemas de otimização multiobjetivo, para a parametrização de controladores PID. Sendo possível estabelecer que, para sistemas representados por funções de transferência lineares, a seleção de funções custo pode ser preliminarmente embasada.

Para uma definição de conjunto de funções custo iniciais, indica-se a seleção de um dos critérios referentes ao sinal de controle ISU, IAVU ou IAU, preferindo-se os dois primeiros por apresentarem reduzida consistência na repetibilidade de correlações para as diferentes funções custo avaliadas.

Quanto às funções relacionadas ao sinal de erro do sistema IAE, ITAE, ISE, ITSE e TST2%, estas apresentam correlações consistentes de proporcionalidade entre elas, não sendo possível estabelecer uma preferência de escolha, sugerindo-se que ao menos uma seja considerada.

Para as funções custo MAXU e OVER apesar de terem apresentado correlações fortes em alguns dos casos, não é possível fazer uma generalização desses resultados, sendo assim, aconselhada a análise individual para inclusão de ambas na caracterização do problema multiobjetivo.

Trabalhos futuros visam a avaliação da correlação entre as funções custo para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas e para sistemas não lineares, de modo a verificar a consistência dos resultados apresentados por meio deste estudo.

#### AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à PUCPR através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) pelo apoio ao projeto. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação Araucária (FAPPR) – Brasil

– Códigos de Financiamento: 310079/2019-5-PQ2, 437105/2018-0-Univ, 51432/2018-PPP, 016-20/FA-PPP and PRONEX-042/2018.

## REFERÊNCIAS

- Abraham, A., Jain, L., & Goldberg, R. (2005). *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*. Springer.
- Ali, T., Adeel, M., Malik, S. A., & Amir, M. (2019). Stability Control of Ball and Beam System Using Heuristic Computation Based PI-D and PI-PD Controller. *Technical Journal, University of Engineering and Technology (UET) Taxila, Pakistan*, 24(1), 21–29.
- Åström, K., & Hägglund, T. (2006). Advanced PID Control. *ISA - Instrumentation, Systems, and Automation Societ.*
- Åström, K. J., & Hägglund, T. (2004). Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, 14(6), 635–650.
- Bingul, Z., & Karahan, O. (2018). A novel performance criterion approach to optimum design of PID controller using cuckoo search algorithm for AVR system. *Journal of the Franklin Institute*, 355(13), 5534–5559.
- Chand, J., Pramod, B., Singh, K., & Pal, N. R. (2019). *Evol and Swarm Intel Algorithms* (Vol. 779). Springer.
- Coello, C. C. A., Lamont, G. B., & Veldhuizen, D. A. Van. (2007). Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. In *Genetic and evolutionary computation* (Vol. 139, Issue 4). Springer US.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Trans on Evol Comp*, 6(2), 182–197.
- Gambier, A. (2019). Evolutionary Multiobjective Optimization with Fractional Order Integral Objectives for the Pitch Control System Design of Wind Turbines. *IFAC ICONS 2019*, 285–290.
- Gambier, A., & Behera, A. (2018). Integrated Pitch Control System Design of a Wind Turbine by Using Multiobjective Optimization. *IFAC-PapersOnLine*, 51(28), 239–244.
- Garbelini, M., & Reynoso-Meza, G. (2017). Multi-objective evolutionary optimization PID tuning for longitudinal movement of an aircraft. *XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 839–844.
- Hwang, C.-L., & Yoon, K. (1981). Methods for Multiple Attribute Decision Making. In *Lecture Notes in Economics and Math Systems* (pp. 58–191). Springer.
- Jagatheesan, K., Anand, B., Dey, K. N., Ashour, A. S., & Satapathy, S. C. (2018). Performance evaluation of objective functions in automatic generation control of thermal power system using ant colony optimization technique-designed proportional–integral–derivative controller. *Electrical Engineering*, 100(2), 895–911.
- Jain, N., Sharma, N., Gupta, P., & Shandilya, R. (2019). Performance Evaluation of Gwo/Pid in Control of Ball Hoop System with Different Objective Functions. *Jour of The Gujarat Research Society*, 21(16), 2262–2269.
- Kagami, R. M., Reynoso-Meza, G., Santos, E. A. P., & Freire, R. Z. (2019). Control of a Refrigeration System Benchmark Problem: An Approach based on COR Metaheuristic Algorithm and TOPSIS Method. *IFAC-PapersOnLine*, 52(11), 85–90.
- Messner, B., & Tilbury, D. (2011). *Control tutorials for matlab and simulink*. <https://ctms.engin.umich.edu/>
- Miettinen, K. (1998). *Nonlinear Multiobjective Optimization* (Vol. 12). Springer US.
- Mohanty, B., Panda, S., & Hota, P. K. (2014). Controller parameters tuning of differential evolution algorithm and its application to load frequency control of multi-source power system. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 54, 77–85.
- Nisi, K., Nagaraj, B., & Agalya, A. (2019). Tuning of a PID controller using evolutionary multi objective optimization methodologies and application to the pulp and paper industry. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 10(8), 2015–2025.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering* (5th ed.). Pearson.
- Reynoso-Meza, G., Garcia-Nieto, S., Sanchis, J., & Blasco, F. X. (2013). Controller Tuning by Means of Multi-Objective Optimization Algorithms: A Global Tuning Framework. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(2), 445–458.
- Rodríguez-Molina, A., Mezura-Montes, E., Villarreal-Cervantes, M. G., & Aldape-Pérez, M. (2020). Multi-objective meta-heuristic optimization in intelligent control: A survey on the controller tuning problem. *Applied Soft Computing Journal*, 93, 106342.
- Sahib, M. A., & Ahmed, B. S. (2016). A new multiobjective performance criterion used in PID tuning optimization algorithms. *Jour of Advanced Research*, 7(1), 125–134.
- Sivakumar, T., G, K., Manoharan, P. S., & Iruthayarajan, M. W. (2017). UPFC damping controller design using multi-objective evolutionary algorithms. *International Journal of Business Int and Data Mining*, 12(2), 1.
- Zeng, G. Q., Chen, J., Dai, Y. X., Li, L. M., Zheng, C. W., & Chen, M. R. (2015). Design of fractional order PID controller for automatic regulator voltage system based on multi-objective extremal optimization. *Neurocomputing*, 160, 173–184.
- Zhang, C., Peng, T., Li, C., Fu, W., Xia, X., & Xue, X. (2019). Multiobjective Optimization of a Fractional-Order PID Controller for Pumped Turbine Governing System Using an Improved NSGA-III Algorithm under Multiworking Conditions. *Complexity*, 2019, 1–18. 3
- Zou, K. H., Tuncali, K., & Silverman, S. G. (2003). Correlation and Simple Linear Regression. *Radiology*, 227(3), 617–628.

Apêndice A. MATRIZES DE CORRELAÇÃO

**Tabela 3. Matriz de correlação de  $G_a(s)$**

$G_a(s)$	IAE	ITAE	ISE	ITSE	OVER	TST2%	ISU	IAVU	IAU	MAXU
IAE	1	0,994	0,996	0,999	-0,990	0,825	-0,581	-0,412	-0,589	-0,549
ITAE	0,994	1	0,986	0,994	-0,986	0,840	-0,560	-0,393	-0,570	-0,534
ISE	0,996	0,986	1	0,996	-0,982	0,801	-0,609	-0,446	-0,614	-0,563
ITSE	0,999	0,994	0,996	1	-0,989	0,824	-0,582	-0,411	-0,590	-0,551
OVER	-0,990	-0,986	-0,982	-0,989	1	-0,820	0,555	0,374	0,564	0,533
TST2%	0,825	0,840	0,801	0,824	-0,820	1	-0,147	0,039	-0,166	-0,348
ISU	-0,581	-0,560	-0,609	-0,582	0,555	-0,147	1	0,936	0,996	0,464
IAVU	-0,412	-0,393	-0,446	-0,411	0,374	0,039	0,936	1	0,917	0,540
IAU	-0,589	-0,570	-0,614	-0,590	0,564	-0,166	0,996	0,917	1	0,446
MAXU	-0,549	-0,534	-0,563	-0,551	0,533	-0,348	0,464	0,540	0,446	1

**Tabela 4. Matriz de correlação de  $G_b(s)$**

$G_b(s)$	IAE	ITAE	ISE	ITSE	OVER	TST2%	ISU	IAVU	IAU	MAXU
IAE	1	0,998	0,967	0,999	-0,969	0,939	-0,742	-0,269	-0,922	-0,253
ITAE	0,998	1	0,961	0,998	-0,971	0,942	-0,727	-0,239	-0,917	-0,226
ISE	0,967	0,961	1	0,967	-0,925	0,896	-0,778	-0,355	-0,912	-0,336
ITSE	0,999	0,998	0,967	1	-0,969	0,939	-0,743	-0,270	-0,923	-0,255
OVER	-0,969	-0,971	-0,925	-0,969	1	-0,931	0,642	0,117	0,884	0,108
TST2%	0,939	0,942	0,896	0,939	-0,931	1	-0,637	-0,200	-0,853	-0,185
ISU	-0,742	-0,727	-0,778	-0,743	0,642	-0,637	1	0,770	0,894	0,780
IAVU	-0,269	-0,239	-0,355	-0,270	0,117	-0,200	0,770	1	0,487	0,994
IAU	-0,922	-0,917	-0,912	-0,923	0,884	-0,853	0,894	0,487	1	0,495
MAXU	-0,253	-0,226	-0,336	-0,255	0,108	-0,185	0,780	0,994	0,495	1

**Tabela 5. Matriz de correlação de  $G_c(s)$**

$G_c(s)$	IAE	ITAE	ISE	ITSE	OVER	TST2%	ISU	IAVU	IAU	MAXU
IAE	1	0,893	0,990	0,917	-0,971	0,829	-0,954	-0,815	-0,960	-0,715
ITAE	0,893	1	0,870	0,958	-0,844	0,900	-0,859	-0,677	-0,892	-0,482
ISE	0,990	0,870	1	0,904	-0,977	0,813	-0,963	-0,833	-0,967	-0,752
ITSE	0,917	0,958	0,904	1	-0,878	0,864	-0,914	-0,797	-0,940	-0,588
OVER	-0,971	-0,844	-0,977	-0,878	1	-0,791	0,939	0,803	0,942	0,720
TST2%	0,829	0,900	0,813	0,864	-0,791	1	-0,814	-0,609	-0,840	-0,429
ISU	-0,954	-0,859	-0,963	-0,914	0,939	-0,814	1	0,911	0,984	0,816
IAVU	-0,815	-0,677	-0,833	-0,797	0,803	-0,609	0,911	1	0,873	0,894
IAU	-0,960	-0,892	-0,967	-0,940	0,942	-0,840	0,984	0,873	1	0,740
MAXU	-0,715	-0,482	-0,752	-0,588	0,720	-0,429	0,816	0,894	0,740	1

**Tabela 6. Matriz de correlação de  $G_d(s)$**

$G_d(s)$	IAE	ITAE	ISE	ITSE	OVER	TST2%	ISU	IAVU	IAU	MAXU
IAE	1	0,999	0,999	0,999	0,996	0,788	0,577	0,574	0,909	-0,900
ITAE	0,999	1	0,999	0,999	0,994	0,787	0,573	0,566	0,906	-0,899
ISE	0,999	0,999	1	0,999	0,996	0,788	0,578	0,575	0,909	-0,900
ITSE	0,999	0,999	1,000	1	0,996	0,788	0,578	0,574	0,909	-0,900
OVER	0,996	0,994	0,996	0,996	1	0,801	0,577	0,576	0,906	-0,914
TST2%	0,788	0,787	0,788	0,788	0,801	1	0,295	0,337	0,695	-0,931
ISU	0,577	0,573	0,578	0,578	0,577	0,295	1	0,980	0,840	-0,444
IAVU	0,574	0,566	0,575	0,574	0,576	0,337	0,980	1	0,852	-0,463
IAU	0,909	0,906	0,909	0,909	0,906	0,695	0,840	0,852	1	-0,806
MAXU	-0,900	-0,899	-0,900	-0,900	-0,914	-0,931	-0,444	-0,463	-0,806	1